

В. Боллюстинъ,

директоръ Поливановской учительской семинаріи.

МЕТОДИКА АРИΘΜΕΤΙΚΗΣ.

ЧАСТЬ II:

курсъ средняго отдѣленія начальной школы.

Изданіе 5-е, напечатанное съ 4-го, допущеннаго Ученымъ Комитетомъ
М. Н. П. въ учит. библіотеки низшихъ училищъ.

Цена 20 коп.

СКЛАДЪ ИЗДАНІЯ
ВЪ КНИЖНОМЪ МАГАЗИНѢ
М. Д. Наумова,
въ Москвѣ,

Большая Лубянка, д. Страхсваго Общества „Россія“



МОСКВА.
ТИПОГРАФІЯ Г. ЛИСНЕРА и Д. СОВКО.
Воздвиженка, Крестовоздвиж. пер., д. 9.

1911.



Того же автора: Арифметическій задачникъ, 4 выпуска 12, 12, 15, 15 коп. Методика — годъ I, II, III, IV по 20 коп.
и Дневникъ занятій 15 коп. „Какъ постепенно вошли люди до настоящей арифметики“ 75 коп.

ДѢЙСТВІЯ ВЪ ПРЕДѢЛѢ 100.

Сложеніе.

1. Случаи сложенія въ пред. 100 Сложеніе въ пред. 100 отчасти пройдено было еще въ 1-й годъ. Такъ, изучена была таблица сложенія и рѣшались примѣры на сложеніе полныхъ десятковъ. Все это надо теперь повторить. Новые же случаи распадаются на 3 вида: а) когда отъ сложенія единицъ получается менѣе десятка, б) когда получается ровно десять, и в) когда болѣе десятка.

2. Основной приѣмъ сложенія. Онъ долженъ быть одинаковъ для всѣхъ случаевъ, чтобы тѣмъ тверже можно было его усвоить. Онъ состоитъ въ слѣдующемъ: десятки складываются съ десятками, а единицы съ единицами, затѣмъ второй отвѣтъ прибавляется къ первому. Начинать ли дѣйствіе съ десятковъ или же съ простыхъ единицъ? Съ десятковъ, потому что въ пред. 100 всѣ вычисленія производятся устно, а вѣдь, числа устно выражаются, т.-е. произносятся, обыкновенно, начиная съ высшихъ разрядовъ, а не съ низшихъ; мы, напр., говоримъ „тридцать пять“, а не „пять тридцать“.

3. Случаи 1-го вида, т.-е. тѣ, въ которыхъ отъ сложенія единицъ получается менѣе десятка. Болѣе легкій примѣръ такой: къ полнымъ десяткамъ прибавить нѣсколько единицъ, напр. къ 60 прибавить 4. Кладемъ, для наглядности, на счетахъ отдѣльно, сперва 1-е слагаемое, потомъ 2-е, затѣмъ заставляемъ прочесть вмѣстѣ всю сумму. Это же можно продѣлать и на палочкахъ.

Къ двузначному числу прибавить нѣсколько единицъ. Примѣръ: $24 + 3$. Здѣсь дѣти, пожалуй, начнутъ прибавлять по единицѣ: $24 + 1 = 25$, $25 + 1 = 26$, $26 + 1 = 27$. Вполнѣ допуская этотъ

пріемъ, надо указать и на тотъ, по которому 3 сразу прибавляется къ 4, а полученное число 7 къ 20. Для наглядности опять пригодны счеты.

Такъ же рѣшается вопросъ: къ двузначному числу прибавить нѣсколько полныхъ десятокъ ($24 + 40$).

Наконецъ, примѣръ съ двузначными слагаемыми, положимъ $24 + 32$, прямо подходит подъ основной пріемъ. Если бы въ сложеніи 24-хъ съ 32 потребовалось наведеніе, то можно бы предварительно продѣлать вопросы: „сколько будетъ 20 да 30? сколько будетъ 4 да 2? сколько будетъ $50 + 6$? и тогда уже спросить: „сколько же будетъ 24 да 32?“

4. Случаи 2-го вида. Примѣры, относящіеся сюда, даютъ при сложеніи единицъ ровно десятокъ: $25 + 5 = 30$, $25 + 35 = 60$. Объясненіе приводится къ слѣдующему: 25 состоитъ изъ 2 дес. и 5 ед., а 35 — изъ 3 дес. и 5 ед.; 2 десятка + 3 дес. = 5 дес., или 50; $5 + 5 = 10$; 50 да 10 = 60; слѣд., $25 + 35 = 60$. По мѣрѣ того, какъ дѣти будутъ привыкать къ рѣшенію подобныхъ примѣровъ, они могутъ излагать объясненіе болѣе кратко, напримѣръ такъ: „2 дес. + 3 дес. = 5 дес., $5 + 5 = 10$, всего 60“.

5. Случаи 3-го вида. Это тѣ, при которыхъ отъ сложенія единицъ получается болѣе десятка, напр. $16 + 8$, $16 + 16$. Это наиболѣе трудные виды сложенія. Требуется большая постепенность и много упражненій. Для первыхъ примѣровъ удобнѣе брать сходныя слагаемыя, въ родѣ $16 + 6$, $16 + 16$, $36 + 36$, $46 + 46$; $48 + 8$, $48 + 48$, $28 + 28$. Подобный рядъ удобенъ тѣмъ, во-первыхъ, что одинъ примѣръ значительно подготавливаетъ къ другому, и еще тѣмъ, что сходныя числа легче запоминаются, и слѣд., ученикъ вполне сосредоточивается на вычисленіи, не отвлекаясь за поминаніемъ данныхъ и не утомляя, безъ видимой пользы, памяти. Съ этой послѣдней цѣлью можно также продиктованныя числа записывать. Здѣсь болѣе умѣстно записываніе въ строчку, а не столбцомъ: послѣднее намекаетъ на письменное вычисленіе, которое здѣсь еще рано начинать.

Объясненіе того, какъ сложить 36 съ 36, можетъ быть проведено такъ: „30 да 30 — 60, 6 да 6 — 12, 60 да 12 — 72, слѣд., 36 да 36 будетъ 72“; или короче: „30 да 30 — 60, 6 да 6 — 12, всего 72“.

При затрудненіяхъ помогаютъ подготовительные примѣры. Дѣйствительно, чтобы найти сумму 36-ти и 18-ти, надо умѣть склады-

вать 40 (т.-е. 30 + 10) съ 14 (т.-е. 6 + 8). Вотъ подобные-то примѣры и должны быть заранѣе усвоены твердо.

6. Перестановка слагаемыхъ. Свойство, по которому сумма не измѣняется при перестановкѣ слагаемыхъ, должно быть указано и объяснено еще въ предѣлѣ перваго десятка. Теперь же оно является знакомымъ для дѣтей свойствомъ, и его можно прямо прилагать ко всѣмъ вычисленіямъ, въ которыхъ оба слагаемыхъ неодинаковаго характера. Если дѣти знаютъ, что $40 + 8 = 48$, то отсюда они прямо выводятъ, что и наоборотъ $8 + 40 = 48$.

Не слѣдуетъ думать, однако, что всегда есть какая-нибудь особая выгода въ томъ, чтобы первымъ слагаемымъ было большее число, а вторымъ меньшее. Трудность одинакова, прикладывать ли 9 къ 72 или 72 къ 9: въ обоихъ примѣрахъ надо вычислить $9 + 2$ или $2 + 9$, а потомъ $11 + 70$ или $70 + 11$. Былъ бы выигрышъ лишь въ томъ случаѣ, если бы присчитываніе шло по единицѣ; тогда, конечно, легче было бы присчитывать по единицѣ 9 разъ, чѣмъ 72 раза.

Поэтому учащіеся должны одинаково умѣть присчитывать какъ меньшее число къ большему, такъ и большее къ меньшему, и не должны избѣгать случая, въ которомъ большее число прикладывается къ меньшему, и замѣнять его обратнымъ.

7. Наглядность. Во многихъ затруднительныхъ случаяхъ сложенія приходится обращаться къ наглядн. пособіямъ и выяснять, главнымъ образомъ, то, что десятки прикладываются къ десяткамъ, единицы къ единицамъ, а потомъ обѣ суммы соединяются въ одну. Лучшее пособіе въ такихъ случаяхъ — счеты. Можно пользоваться и пальцами: напр., встаетъ столько учениковъ, сколько десятковъ (у каждаго на рукахъ по десятку), еще одинъ ученикъ указываетъ единицы. Можно, наконецъ, примѣнять и черточки: большія черточки пусть обозначаютъ десятки, а малыя — единицы. Пригодны будутъ и палочки, связанные въ пучки по десятку.

8. Различные способы сложенія. Первый, основной способъ сложенія указанъ въ п. 2. Объяснимъ его еще разъ на примѣрѣ. Чтобы сложить 48 съ 48, складываемъ 40 съ 40, будетъ 80, потомъ 8 съ 8, будетъ 16, всего 96.

Весьма важно и существенно необходимо, чтобы этотъ способъ былъ понятъ и усвоенъ дѣтьми. Слѣдуя ему при сложеніи, они перепесутъ его потомъ и на вычитаніе, отнимая десятки отъ десятковъ и единицы отъ единицъ, и на умноженіе, повторяя отдѣльно

десятки и единицы, и на дѣленіе. Этотъ же способъ они распространяютъ и на письменное производство дѣйствій въ пред. 1000, гдѣ тоже приходится вычислять по разрядамъ, лишь для удобства нѣсколько измѣняя порядокъ, т.-е. начиная съ низшихъ разрядовъ. Общность этого способа — главное его достоинство. Эта общность вноситъ ясность въ мышленіе дѣтей, даетъ имъ возможность самимъ доходить до производства новыхъ дѣйствій и предохраняетъ ихъ отъ возможности сбиться.

Но кромѣ этого основного приѣма, есть еще другіе, которые мы назовемъ частными. Такъ, чтобы вычислить $48 + 48$, мы можемъ воспользоваться слѣдующими частными приѣмами: 1) складываемъ 48 съ 40, будетъ 88, потомъ 88 съ 8, будетъ 96; 2) вмѣсто 48 прибавляемъ 50, получимъ 98, затѣмъ отнимаемъ лишніе 2 единицы, останется 96; 3) прибавивши 40 къ 48, получаемъ 88, а затѣмъ, вмѣсто того, чтобы прикладывать 8, прикладываемъ 10, будетъ 98; наконецъ, скидываемъ 2 и получаемъ отвѣтъ 96.

Изъ всѣхъ этихъ частныхъ способовъ наибольшаго вниманія заслуживаетъ 1-й. Онъ отличается отъ основного только тѣмъ, что, прибавляя десятки къ десяткамъ, мы въ то же время припоминаемъ единицы 1-го слагаемаго. Такъ, въ сложеніи $48 + 48$, мы прикладываемъ 40 не къ 40, а къ 48, т.-е. при этомъ единицы 1-го слагаемаго не отбрасываемъ, а держимъ въ умѣ. Подобный путь удобенъ для устнаго вычисленія, гдѣ такъ важно запоминаніе промежуточныхъ результатовъ. Ознакомить дѣтей съ этимъ путемъ вполне возможно. Примѣненіе его будетъ помогать при устномъ счетѣ. Но, во избѣжаніе сбивчивости, этотъ частный приѣмъ надо сообщить лишь тогда, когда, при помощи наглядности и подбора болѣе легкихъ примѣровъ, дѣти поймутъ и усвоятъ нормальный приѣмъ. И послѣ, вполне допуская частный приѣмъ для устнаго счета, никакъ нельзя оставить безъ повторенія основной способъ. Одинъ мальчикъ пусть объясняетъ примѣръ, положимъ, такъ, а другой (на вопросъ учителя: „не объяснить ли кто по-другому?“) — иначе.

Что касается другихъ частныхъ приѣмовъ, то ихъ лучше пока опустить. Разнообразіе въ этомъ случаѣ можетъ спутать дѣтей и отвлечь ихъ отъ приученія къ основному способу. Позже, за предѣломъ 100, такое разнообразіе будетъ полезно, теперь же останавливаться на иныхъ способахъ можно лишь въ томъ случаѣ, если на нихъ натолкнутся сами ученики.

Поэтому-то и выкладки на счетахъ въ той формѣ, какъ онѣ обыкновенно производятся, умѣстнѣе было бы отложить до предѣла 1000. Теперь же пока пусть счеты служатъ исключительно нагляднымъ пособіемъ, а не вычислительнымъ инструментомъ. 36 складываемъ съ 36-ю на счетахъ пока такъ: 30 да 30 будетъ 60, кладемъ 6 косточекъ на 2-ой проволоку; 6 да 6 — 12, кладемъ 1 косточку на 2-ой проволоку и 2 на первой; всего 72.

9. Выборъ примѣровъ для сложенія. Примѣры сложенія, равно какъ и всякіе другіе примѣры, должны выбираться не случайно, задаваться не прямо, какъ только придуть въ голову учителю; напротивъ, удачный подборъ примѣровъ часто помогаетъ болѣе, въ смыслѣ наведенія, чѣмъ длинныя объясненія. Всякій предшествующій примѣръ долженъ готовить почву для послѣдующаго. Передъ сложнымъ примѣромъ должны быть продѣланы, въ случаѣ нужды, тѣ, изъ которыхъ онъ состоитъ. Если трудно дается сложеніе хотя бы 36 съ 6-ю, то предварительно надо разобрать сложеніе 6 съ 6-ю и 30 съ 12-ю.

Кромѣ того, слѣдуетъ предъявить къ примѣрамъ на сложеніе (а равно и къ послѣдующимъ примѣрамъ на вычитаніе) еще новое требованіе. Для сложенія безразлично, вычисляемъ ли мы $18 + 18$ или $17 + 17$, $24 + 8$ или $25 + 7$. Между тѣмъ впереди стоитъ трудный отдѣлъ, для котораго требуется масса сложеній, это таблица умноженія. Заботясь о ней, мы непременно остановимся на примѣрахъ, въ родѣ $18 + 18$, $24 + 8$, такъ какъ они готовятъ къ таблицѣ умноженія; дѣйств., въ 1-мъ 2 девятки да 2 девятки, а во 2-мъ 3 восьмерки да еще восьмерка. Въ теченіе всего сложенія въ предѣлѣ 100 полезно выбирать именно такіе примѣры, которые нужны для таблицы умноженія. Для этого оба слагаемыхъ должны состоять изъ одинаковыхъ группъ: если первое равно 49-ти, т-е. 7 семеркамъ, то для второго мы выберемъ 7 или 14 или 21, смотря по тому, какой случай сложенія проходится, вообще же число, состоящее тоже изъ семерокъ.

Вычитаніе.

10. Случай вычитанія въ пред. 100. Всѣ примѣры вычитанія можно распредѣлить на 3 вида: а) когда простыхъ единицъ въ уменьшаемомъ больше, чѣмъ въ вычитаемомъ и, слѣд., не приходится занимать десятка, б) когда уменьшаемое состоитъ изъ полныхъ де-

сятковъ (напр. $60 - 6, 60 - 12$), с) когда простыхъ единицъ въ уменьшаемомъ меньше, чѣмъ въ вычитаемомъ (напр. $64 - 8, 72 - 18$).

11. Основной приемъ вычитанія. Онъ состоитъ въ слѣдующемъ: десятки отнимаются отъ десятковъ, а единицы отъ единицъ, затѣмъ оба остатка соединяются въ одинъ; если изъ меньшаго количества единицъ приходится вычитать большее (примѣръ: $64 - 16$), то къ единицамъ уменьшаемаго присоединяется десятокъ.

Вычитаніе начинается съ высшихъ разрядовъ, по той же причинѣ, какъ и сложеніе.

12. Случай 1-го вида, т.-е. тѣ, въ которыхъ не приходится занимать. Самый легкій примѣръ: отнять отъ двузначнаго числа его десятки или его единицы ($48 - 40, 48 - 8$). Откладываемъ, для наглядности, на счетахъ данное число, затѣмъ отбрасываемъ одинъ разрядъ и тогда, стоитъ только прочесть оставшійся, получимъ отвѣтъ.

Отъ двузначнаго числа отнять нѣсколько единицъ, напр. отъ 27 отнять 3. Если бы дѣти стали отсчитывать по единицѣ, то, допустивши такой приемъ, слѣдовало бы посоветовать прямо отнять 3 отъ 7 и полученный остатокъ 4 присоединить къ 20, будетъ 24.

Такъ же производится отниманіе нѣсколькихъ десятковъ отъ двузначнаго числа (примѣръ: $72 - 40$).

Чтобы вычесть двузначное число изъ двузначнаго, напр. 24 изъ 48, пользуемся основнымъ приемомъ, т.-е. десятки отнимаемъ отъ десятковъ, а единицы отъ единицъ. Виднѣе всего это будетъ на счетахъ. Или же можно продѣлать 2 предварительныхъ примѣра: $40 - 20 = 20, 8 - 4 = 4$, въ которыхъ отнимается не два разряда, а только одинъ, и которые приводятъ къ нашему примѣру: $48 - 24 = 24$.

13. Случай 2-го вида. Къ нимъ относятся примѣры, въ родѣ $30 - 5, 50 - 25$. 1-й примѣръ требуетъ большой заботы учителя. Наглядно надѣ показать, что число 30 разлагается на десятокъ и на 20, что 5 отнимается отъ десятка, а потомъ ужъ остатокъ присоединяется къ 20. Лучше всего это продѣлать на палочкахъ, соломѣ или пальцахъ. Можно на первыхъ порахъ прибѣгать и къ отсчитыванію по единицѣ, т.-е. $30 - 1 = 29, 29 - 1 = 28, 28 - 1 = 27, 27 - 1 = 26, 26 - 1 = 25$. Значительную услугу оказываетъ также сложеніе: если ученикъ успѣшно складываетъ 25 съ 5-ю, то, путемъ провѣрки, онъ попадаетъ на искомое число и при вычитаніи 5-ти изъ 30-ти. Окончательное объясненіе примѣра можетъ быть такое: „отъ 10 отнять 5, будетъ 5; 20 да 5, будетъ 25“.

Примѣры, въ которыхъ отъ полныхъ десятковъ отнимается одио-значное число, даются дѣтямъ съ трудомъ. Поэтому усложненіе ихъ должно итти постепенно. Для первыхъ вопросовъ лучше всего взять отниманіе единицы или пятка, какъ болѣе легкихъ чиселъ.

Примѣръ $50 - 25$, согласно основному приему, рѣшается такъ: 20 отнимается отъ 40, а 5 отъ 10; всего въ остаткѣ 25. Подобный порядокъ долженъ быть показанъ наглядно, напр. на палочкахъ.

14. Случаи 3-го вида. Примѣры: $64 - 8$, $72 - 18$. Большее затрудненіе представляетъ первый примѣръ. Объяснять его можно такъ: „64 состоитъ изъ 50 и 14; отъ 14 отнять 8, будетъ 6; да 50, всего 56“. Болѣе короткое изложеніе, котораго слѣдуетъ требовать отъ учениковъ, уже уяснившихъ себѣ этотъ приемъ: „отъ 14 отнять 8, будетъ 6; да 50, всего 56“. Этого послѣдняго изложенія вполне достаточно, потому что, разъ ученикъ правильно разложилъ 64 на 50 и 14, этимъ самымъ онъ уже выразилъ, что понимаетъ способъ. (При вычитаніи 18 изъ 72 число 72 наглядно разлагается на 60 и 12, затѣмъ 10 отнимается отъ 60, и 8 отъ 12).

Для наглядности полезно взять монеты: напр. 6 гривенниковъ и 4 копейки; чтобы изъ этой суммы выдать 6 копеекъ, необходимо размѣнять 1 гривенникъ, и тогда цѣлыхъ гривенниковъ останется 5. Изъ этого и видна будетъ необходимость заниманія десятка.

Помочь усвоенію можно, конечно, удачнымъ подборомъ примѣровъ, когда каждый слѣдующій примѣръ не представляетъ рѣзкаго скачка сравнительно съ предыдущимъ; облегчается дѣло еще записываніемъ данныхъ чиселъ.

15. Связь между дѣйствіями. Если сложеніе пройдено, какъ слѣдуетъ, то знаніе его во многихъ случаяхъ помогаетъ вычитанію. Кромѣ того, не бесполезно поставить въ связь между собою вычитаемое и остатокъ. Дѣти пусть знаютъ, что, если $50 - 15 = 35$, то $50 - 35 = 15$. Подобное знаніе мы утвердимъ, если будемъ брать подходящіе примѣры, т.-е. такіе, что остатокъ въ одномъ служить вычитаемымъ въ другомъ.

Уясненіе связи между дѣйствіями очень важно: оно приводитъ знанія дѣтей въ систему и даетъ пищу ихъ мышленію при выводѣ послѣдующаго дѣйствія изъ предыдущаго.

16. Наглядность. Она полезна при вычитаніи, но уже менѣе необходима, чѣмъ при сложеніи; дѣйств., во многихъ случаяхъ можно прямо ссылаться на сложеніе (напр., если ученикъ говоритъ, что $60 - 5 = 56$, то учителю стоитъ только задать вопросъ: „а 56

да 5 — сколько?“). Наглядныя пособія при вычитаніи тѣ же, что и при сложеніи.

17. Различныя способы вычитанія. Основной приѣмъ, благодаря своей общности, имѣетъ преимущество передъ всѣми остальными. Всѣ ученики должны ясно представлять себѣ и усвоить его. Лишь съ теченіемъ времени можно понемногу вводить и другіе приѣмы, главнымъ образомъ такой: чтобы отнять, напр., 16 отъ 64, мы не разлагаемъ 64 на 50 и 14, съ тѣмъ, чтобы отъ 50 отнять 10, а отъ 14 — 6, но поступаемъ такъ: $64 - 10 = 54$, $54 - 6 = 48$. Этотъ путь даже нѣсколько легче основного, особенно для устнаго счета, но зато онъ не вполне подходитъ подъ общее правило вычитанія, по которому десятки отнимаются отъ десятковъ, а единицы отъ единицъ. Употребленіе его при устомъ счетѣ желательно.

Чтобы не сбивать учениковъ разнообразіемъ способовъ и чтобы дать имъ время изучить наиболѣе необходимыя, полезно вычитаніе на счетахъ отложить до пред. 1000, счетами же пользоваться только для наглядности. Вычитаніе 9 изъ 36-ти, напр., будемъ объяснять такъ: 9 изъ 16 = 7, поэтому скинемъ 1 косточку со 2-й проволоки и 6 съ первой, а положимъ 7 косточекъ на 1-й, весь остатокъ будетъ 27.

18. Выборъ примѣровъ для вычитанія. Болѣе всего одобрить можно тѣ, которые готовятъ къ таблицѣ умноженія, слѣд., въ которыхъ уменьшаемое и вычитаемое состоятъ одновременно или изъ нѣсколькихъ троекъ, или изъ нѣсколькихъ четверокъ и т. п. Напр. вычитаніе $80 - 8$ приготовляетъ къ таблицѣ умноженія 8-ми, такъ какъ здѣсь изъ 10 восьмерокъ вычитается одна восьмерка.

Умноженіе.

19. Содержаніе этого отдѣла. Умноженіе въ пред. 100 имѣетъ въ виду двѣ важныя цѣли: изученіе таблицы умноженія и выводъ основнаго приѣма, которымъ пользуются при умноженіи двузначныхъ чиселъ.

Таблицу умноженія мы располагаемъ въ порядкѣ возрастанія множимаго, т. е. сперва идетъ умноженіе 2-хъ, потомъ 3-хъ, 4-хъ и т. д. При этомъ каждое число умножается на всѣ однозначныя числа, и умноженіе служитъ, явственнымъ образомъ, замѣной сложенія равныхъ чиселъ. Вотъ эта-то цѣль — сблизить умноженіе съ сложеніемъ и объяснить умноженіе при помощи сложенія, заставила выбрать такой порядокъ для таблицы.

20. Таблица умноженія 3-хъ. Счетъ парами достаточно исчерпанъ уже въ предѣлѣ 20-ти. Таблица умноженія 2-хъ на однозначныя числа пройдена тогда же. Поэтому прямо можно заняться

теперь таблицей умноженія 3-хъ. Изъ нея остается изучить результаты: 3×7 , 3×8 , 3×9 , 3×10 . Дѣти уже знаютъ, что 6 троекъ составляютъ 18, поэтому, прикладывая къ 18 послѣдовательно по 3, они и доходятъ до таблицы. Произведенія проще всего читать такъ: „8 троекъ будетъ 24“; при подобномъ чтеніи ясно видно, какими группами мы набираемъ. Всѣ четыре произведенія (т.-е. $3 \times 7 = 21$, $3 \times 8 = 24$, $3 \times 9 = 27$, $3 \times 10 = 30$), послѣ того, какъ они найдены сложеніемъ, надо повторить не одинъ разъ, въ порядкѣ и въ разбивку; ученики произносятъ ихъ хоромъ и въ одиночку. Ихъ надо закрѣпить на бѣгломъ счетѣ и на рѣшеніи задачъ. Кромѣ того, табличку пусть дѣти запишутъ себѣ въ тетради и повторяютъ дома къ слѣдующему дню; учителю же не забыть провѣрить ихъ тогда.

Чтобы запоминаніе шло легче, одинъ изъ отвѣтовъ таблицы необходимо выдѣлить и чаще его переспрашивать, съ тѣмъ, чтобы дѣти, забывшія какой-нибудь отвѣтъ, прибѣгали къ этому основному и выводили изъ него. Достаточно, напр., если дѣти запомнятъ, что 8 троекъ 24; тогда они легко смекнутъ, что 9 троекъ $= 24 + 3 = 27$, а 7 троекъ $= 24 - 3 = 21$. Продѣлавши счетъ тройками, умѣстно вспомнить про перестановку производителей, съ тѣмъ, чтобы приготовить путь для послѣдующихъ табличекъ; именно, если $3 \times 9 = 27$, то и $9 \times 3 = 27$, т.-е. 3 девятки составляютъ 27.

21. Таблица умноженія 4-хъ. Новыя [произведенія, т.-е. не пройденныя въ предѣлѣ 20, слѣдующія: 4×6 , 4×7 , 4×8 , 4×9 , 4×10 . Первоначально ученики находятъ ихъ сложеніемъ. Но вскорѣ можно обратить вниманіе дѣтей на слѣдующее. Чтобы найти, чему равняется какое-нибудь количество четверокъ, высчитаемъ сперва 5 четверокъ, будетъ 20, а потомъ и остальное число четверокъ. Напр. 9 четверокъ высчитывается такъ: 5 четверокъ 20 да 4 четверки 16, всего 36. Такимъ образомъ, всѣ отвѣты приводятся къ одному легкому, именно къ 20, и къ тѣмъ, которые меньше 20-ти.

Постепенно можно вводить и другіе способы счета. Напр. 2 четверки 8, да 2 четверки 8, да 2 четверки 8, всего 6 четверокъ — 24. Или: 3 четверки 12 да 3 четверки 12, всего 6 четверокъ — 24. Но эти иные способы пусть придумываютъ и говорятъ ученики, учитель же наблюдаетъ, главнымъ образомъ, за тѣмъ, чтобы хорошо уяснился 1-й способъ, по которому набирать начинаютъ съ 5 четверокъ.

22. Таблица умноженія 5-ти. При умноженіи 3-хъ и 4-хъ мы начинали съ сложенія, т.-е. считали тройками и четверками. Теперь уже дѣти могутъ понять, что набирать по одному слагаемому долго. На тѣхъ способахъ, которые они придумывали при счетѣ

четверками, они могли видѣть удобство счета по 2 четверки, по 3 и т. д. Теперь, при счетѣ пятками, учитель наводитъ на то, что набирая сразу по 2 пятка, мы скорѣе достигнемъ цѣли. Но 2 пятка составляютъ десятокъ (это видно будетъ на пальцахъ), поэтому дѣло сводится къ счету десятками. Напр. дано 5×8 ; 2 пятка 10, да 2 пятка 10, да 2 пятка 10, да 2 пятка 10, всего 40.

Если счетъ по 2 пятка достаточно разъясненъ, то лучшіе изъ учениковъ будутъ въ состояніи придумать и другіе приемы, въ родѣ: 4 пятка 20, да 4 пятка 20, всего 40. Учитель же долженъ оставаться преимущественно на одномъ приемѣ, именно на первомъ, такъ какъ слабымъ дѣтямъ не подѣ силу усвоить сразу нѣсколько способовъ. Но поощрять придумываніе новыхъ способовъ учителю слѣдуетъ всѣми мѣрами.

23. Таблица умноженія 6-ти. Основнымъ результатомъ при счетѣ шестерками, подобно счету четверками, можно выбрать произведеніе 6 на 5, т.-е. 30. Если дѣти запомнятъ, что 5 шестерокъ 30, то 4 шестерки они найдутъ вычитаніемъ ($30 - 6 = 24$), а 6, 7, 8 и 9 шестерокъ прикладываніемъ къ 30-ти чиселъ: 6, 12, 18 и 24. Отвѣтъ $6 \times 6 = 36$ запоминается легко и имъ тоже можно пользоваться для напominанія въ томъ случаѣ, когда дѣти забыли, чему равны 7 или 8 шестерокъ.

Изъ другихъ способовъ укажемъ на перестановку производителей и на набираніе по нѣскольку шестерокъ. Что 9 шестерокъ составляютъ 54, можно найти еще отниманіемъ 6 отъ 10 шестерокъ, т.-е. отъ 60; будетъ 54.

24. Таблица умноженія 8-ми. Счетъ семерками составляетъ наиболѣе трудную часть таблицы: въ немъ мало существуетъ приемовъ, облегчающихъ дѣло. Поэтому разберемъ сначала таблицу умноженія 8-ми, семерки же отложимъ на конецъ.

Главнымъ результатомъ, который надо непременно запомнить, являются 5 восьмерокъ, подобно 5 шестеркамъ и 5 четверкамъ.

Что $8 \times 5 = 40$, это проще всего узнать перестановкой производителей, такъ какъ уже ранѣе было изучено, чему равны 8 пятковъ. Какъ скоро произведеніе 8 на 5 ученики составили и запомнили, весь остальной счетъ восьмерками приводится къ этому произведенію. Такъ, возьмемъ $8 \times 7 = 56$: пять восьмерокъ составляютъ 40, да 2 восьмерки 16, всего 56.

Чѣмъ далѣе мы поднимаемся въ таблицѣ умноженія, тѣмъ болѣе способовъ должны придумывать ученики для составленія таблицы.

Вначалѣ прибѣгали прямо къ замѣнѣ умноженія сложеніемъ, затѣмъ стали набирать не по одному слагаемому (напр. не по одной четверкѣ), а сразу по 2 слагаемыхъ, по 3 и т. д.; иногда начинали съ извѣстнаго произведенія, основного, которое помнѣть, и доходили до неизвѣстныхъ, трудныхъ произведеній, примѣняли перестановку производителей. Каждый слѣдующій урокъ, выслушавши объясненіе дѣтей, учитель еще отъ себя указываетъ одинъ новый способъ. Такимъ образомъ, къ концу таблицы дѣти должны знать приемы ея составленія и примѣнять для cadaго случая тѣ приемы, которые болѣе подходятъ.

25. Таблица умноженія 9-ти. Прежде чѣмъ приступить къ ней, надо заняться повтореніемъ такихъ вычитаній: 20 — 2, 30 — 3, 40 — 4, 50 — 5 и т. д. Затѣмъ надо выяснитъ, что 9 равно десятку безъ одной, слѣд. 2 девятки равны 2 десяткамъ безъ 2-хъ, 3 девятки — 3 десяткамъ безъ 3-хъ и т. д. Все это полезно показать наглядно. Пользуясь этимъ свойствомъ, мы можемъ замѣнить счетъ девятками счетомъ десятками. Требуется, напр., вычислить 9×6 . Если выразить этотъ вопросъ, для облегченія, въ формѣ задачи, то зададимъ, хотя бы, такую: „6 ф. мяса по 10 к. — сколько стобать?“ — „А если съ фунта сдѣлають 1 к. уступки, то сколько будетъ стоить фунтъ?“ — „Сколько уступки будетъ со всѣхъ 6 фунтовъ?“ — „Сколько же стобать 6 ф. по 9 к.“ — „Какъ вы это узнали?“

26. Таблица умноженія 7-ми. Умноженіе 7-ми на однозначныя числа легче всего производится перестановкой производителей. Вся таблица умноженія, кромѣ семерокъ, уже пройдена, поэтому перестановка производителей полезна и для повторенія. Возьмемъ для примѣра вычисленіе 9-ти семерокъ и укажемъ нѣсколько способовъ, по которымъ можно вычислить отвѣтъ. а) Такъ какъ 7 девятокъ 63, то и 9 семерокъ 63. б) 10 семерокъ 70, 9 семерокъ = $70 - 7 = 63$. в) 3 семерки 21, да 3 семерки 21, да 3 семерки 21, всего 63. д) 7 семерокъ 49, да еще 7 ед., да еще 7, всего 63 и т. п.

27. Пиагорова таблица умноженія. Большую услугу при усвоеніи всего, указаннаго выше, можетъ оказать Пиагорова таблица. Она, какъ извѣстно, состоитъ изъ 10 вертикальныхъ рядовъ. Въ первомъ ряду обозначены, одно подъ другимъ, числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Во второмъ ряду содержится счетъ парами и обозначены числа: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20. Въ 3-мъ ряду расположенъ счетъ тройками и обозначены числа: 3, 6, 9, 12, 15, 18,

21, 24, 27, 30, и т. д. На каждый урокъ полезно вывѣшивать тотъ столбикъ большой таблицы, который проходится въ данное время. Напр., когда составляется таблица умноженія 4-хъ, то въ это время вывѣшивается столбикъ четверокъ, т.-е. содержащій числа: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40. Смотря на такой столбикъ, дѣти легче запоминають результаты; они пользуются также этимъ столбикомъ при хоровомъ повтореніи и при рѣшеніи задачъ.

Если въ школѣ нѣтъ большой таблицы, то ее легко приготовить самому учителю. Надо достать большой листъ бумаги (или склеить нѣсколько листовъ) и разлиновать на 10 вертикальныхъ полосъ. Затѣмъ начертить (напр. тупой палочкой) нужныя цифры въ крупномъ размѣрѣ (или наклеить вырѣзанные изъ отрывного календаря). Подобную таблицу можно складывать по столбикамъ.

28. Заучивать ли таблицы умноженія? Не помня ея и не имѣя ея подъ руками, нельзя умножать и дѣлить многозначныхъ чиселъ. Какъ бы ни былъ сообразителенъ ребенокъ, но если онъ каждый результатъ, въ родѣ 6×7 , 5×8 , не будучи въ состояніи сказать сразу, долженъ предварительно добывать, то умноженіе и дѣленіе многозначныхъ и даже двузначныхъ чиселъ будетъ для него трудно и утомительно. Таблицу надо запомнить непременно. Но въ какой срокъ и какими путями достигнуть этого?— Запоминаніе надо продолжать все время, пока проходится умноженіе и дѣленіе въ предѣлѣ сотни. Пусть въ это время виситъ стѣнная таблица Пифагора, пусть ученики пользуются безпрепятственно табличками въ своихъ тетрадяхъ, и пусть учитель на каждомъ урокѣ переспрашиваетъ способы, какими находятся результаты.

Только при неспѣшномъ, постепенномъ усвоеніи, при постоянномъ повтореніи способовъ возможно избѣжать механическаго заучиванія. Ошибочно думать, что составленіе таблицы однообразно, что работа надъ ней мало изощряетъ мысль учащихся. Нѣтъ, напротивъ, одно и то же дѣйствіе, напр. 6×7 , допускаетъ массу приемовъ, и поэтому очень дорого, чтобы дѣти упражнялись въ избрѣтении пригодныхъ приемовъ. Какъ было бы жаль, если бы вмѣсто поощренія изобрѣтательности, заставить заучивать просто отвѣты, не вложивши твердо въ сознаніе, какъ отвѣты можно найти. Итакъ, запомнить таблицу надо, но спѣшить съ запоминаніемъ ея вредно; около мѣсяца или полутора надо употребить на усвоеніе способовъ, какими она составляется. Только при этомъ усвоеніи запоминаніе и допустимо и полезно.

Вотъ наиболѣе пригодныя средства, которыя ведутъ къ запоминанію таблицы.

а. Придумываніе всевозможныхъ способовъ, которыми вычисляются табличные отвѣты. Объ этомъ сказано выше. Между прочимъ, благодаря перестановкѣ производителей, таблица сокращается почти вдвое: достаточно помнить, напр., что $5 \times 8 = 40$, тогда и $8 \times 5 = 40$.

б. Устный счетъ на сложеніе и вычитаніе, именно счетъ равными группами, подготавливаетъ къ умноженію. Важенъ счетъ и повторительный, на которомъ вспоминается то, что пройдено изъ умноженія на предшествующихъ урокахъ. Твердить почаще надо слѣдующіе отвѣты: $3 \times 8 = 24$, $4 \times 5 = 20$, $6 \times 5 = 30$, $8 \times 5 = 40$. Кромѣ того, легко запоминаются примѣры съ одинаковыми производителями: $5 \times 5 = 25$, $6 \times 6 = 36$, $7 \times 7 = 49$, $8 \times 8 = 63$, $9 \times 9 = 81$. Если всѣ эти произведенія почаще повторять съ самаго начала, то они легко будутъ усвоены, а къ нимъ, путемъ соображенія, можно будетъ свести и остальные части таблицы.

с. Хоровое повтореніе — наиболѣе интересное для дѣтей средство запоминанія.

д. Самостоятельное письмо, самост. вычисленія; при этомъ, для избѣжанія ошибокъ, можно дозволить пользоваться Пифагоровой таблицей или таблицами въ тетрадахъ. Отъ нихъ постепенно дѣти отвыкнутъ сами, какъ только почувствуютъ, что знаютъ отвѣты и могутъ ихъ сказать, не справляясь въ табличкахъ. Отстать отъ писанныхъ табличекъ поможетъ и учитель, если во-время будетъ одобрять тѣхъ, кто табличку знаетъ на память.

е. Матеріалъ, добытый на каждомъ урокѣ, т.-е. табличные результаты, долженъ быть записанъ въ школѣ и повторенъ учениками вечеромъ.

Читать табличные результаты лучше всего проще, при помощи выражений, вполне знакомыхъ дѣтямъ. Такъ, 5×7 читается: или „пять взять семь разъ“, или же „семь пятерокъ“. Формулу же чтенія „семью пять“ полезно отложить до старшаго отдѣленія, чтобы подобныя, чуждыя дѣтямъ, выраженія не затрудняли пониманія и усвоенія таблицы.

29. Умноженіе двузначнаго числа на однозначное. Оно представляетъ слѣдующіе 3 случая: а) когда отъ умноженія единицъ получается менѣе десятка, б) когда получается ровно десятокъ и в) когда получается болѣе десятка. Примѣры: 12×4 , 12×5 , 12×6 .

Основное затрудненіе въ этихъ случаяхъ заключается въ томъ, чтобы указать порядокъ, въ какомъ производится дѣйствіе. Чтобы, напр., 24 взять 3 раза, надо десятки взять 3 раза, потомъ единицы взять 3 раза и оба отвѣта сложить. Чтобы навести дѣтей на этотъ порядокъ, можно начать съ примѣровъ, гдѣ количество единицъ и десятковъ одинаково: 11×3 , 11×5 , 22×3 , 44×2 . Дѣти рѣшатъ эти примѣры безъ особаго труда, хотя бы сложениемъ, а ужъ изъ разбора отвѣтовъ видно будетъ, что мы десятки и единицы брали данное число разъ.

Помочь дѣлу могутъ и счеты. Чтобы 12 взять 5 разъ, мы повторяемъ десятокъ 5 разъ, т.-е. кладемъ 5 косточекъ на 2-й проволокъ, потомъ 2 единицы повторяемъ 5 разъ, а для этого кладемъ 5 разъ по 2 косточки на 1-й проволокъ, всего будетъ 60.

Для болѣе трудныхъ примѣровъ умѣстны будутъ подготовительные вопросы. Возьмемъ: 24×4 . Это дѣйствіе распадается на два: 1) $20 \times 4 = 80$, 2) $4 \times 4 = 16$, всего 96. Такъ вотъ, прежде чѣмъ 24 брать 4 раза, прорѣшаемъ вопросы, въ которыхъ 20 берется 4 раза и 4 берется 4 раза, а потомъ уже спросимъ, сколько получится, если 24 взять 4 раза.

Дѣйствіе начинается всегда съ десятковъ, а не съ единицъ. Такая послѣдовательность наблюдается при всякомъ дѣйствіи, которое производится устно, такъ какъ выговаривать числа мы начинаемъ съ высшихъ разрядовъ. Записываніе идетъ строкой, а не такъ, что одно число подписывается подъ другимъ, при чемъ подъ ними черта, и внизу отвѣтъ.

Въ объясненіяхъ, которыя ученики всегда должны излагать кратко и толково, должно указывать, что сперва повторяются десятки, затѣмъ единицы, и, наконецъ, оба отвѣта соединяются въ одинъ. Примѣръ: 25×3 . Дѣти говорятъ такъ: „20 взять 3 раза, будетъ 60; 5 взять 3 раза, будетъ 15; всего 75“.

30. Умноженіе однозначнаго числа на двузначное. Этотъ случай очень сходенъ съ предыдущимъ. Разница же касается прежде всего слѣдующаго мѣста. При счетѣ полными десятками, т.-е. въ курсѣ перваго отдѣленія, рассмотрѣны были примѣры, въ родѣ: 20×4 , 30×3 и т. д., въ которыхъ требовалось полные десятки взять нѣсколько разъ. Обратные же примѣры тамъ рассмотрѣны не были и теперь предстоитъ объяснить, что $4 \times 20 = 80$, $3 \times 30 = 90$ и т. п. Займемся первымъ примѣромъ. Для этого даемъ задачу. „Куплено 20 лимоновъ, по 4 коп. штука. Сколько за

нихъ заплачено?" Считаемъ: 4 взять 10 разъ, будетъ 40 (это извѣстно и изъ таблицы умноженія) да еще 4 взять 10 разъ, будетъ 40, всего 80. Такимъ же образомъ и 3 повторяется 30 разъ: 3 взять 10 разъ, да еще 10 разъ, да еще 10 разъ, всего получится 90.

Остальные случаи, относящіеся къ этому отдѣлу, будутъ такіе: а) умноженіе однозначнаго числа на двузначное, когда отъ умноженія на единицы получается менѣе десятка (напр. 3×23); б) когда получается ровно десятокъ (2×15); в) когда получается болѣе десятка (5×15).

Рѣшаются и объясняются подобные примѣры такъ. Положимъ, дано 5×14 . Тогда мы говоримъ: „5 взять 10 разъ, будетъ 50; 5 взять 4 раза, будетъ 20, всего 70“. Для облегченія можно брать вначалѣ примѣры, гдѣ бы приходилось повторять 11 разъ, 22, 23 и т. п. Можно воспользоваться счетами, а также замѣной даннаго примѣра болѣе легкими (передъ 5×14 можно продѣлать 5×10 и 5×4 и потомъ уже дать примѣръ 5×14).

31. Повтореніе таблицы умноженія. Повтореніе таблицы должно составлять особый предметъ заботливости учителя. Заканчивая умноженіе въ пред. 100, упомянемъ и о томъ, какъ довести Пиеагорову таблицу до конца. До сихъ поръ она складывалась столбиками, и на урокъ вывѣшивался какой-нибудь одинъ столбикъ, много 2. Учитель иногда спрашиваетъ: „Какой столбикъ сегодня повѣшенъ?“ — „Столбикъ пятерокъ“ — „Изъ чего это видно?“ — „Изъ того, что вверху столбика стоитъ 5“.

Желая познакомить со всей таблицей, учитель вывѣшиваетъ ее развернутой. „Найдите мнѣ столбикъ семерокъ“. — „Почему вы думаете, что это дѣйствительно онъ?“ — „Потому что онъ начинается съ 7-ми“. — „Найдите въ этомъ столбикѣ 21. Сколько въ этомъ числѣ (21) семерокъ?“ — „Тому, кто не знаетъ, что въ 21-мъ 3 семерки, указано налѣво, сбоку, 3“. — „Сколько семерокъ въ 35?“ — „Гдѣ указано 5?“ — „Сколько семерокъ въ 49, 63, 70?“ — „Гдѣ указано 7, 9, 10?“ — „Найдите какое-нибудь число въ столбцѣ семерокъ и скажите, сколько въ немъ семерокъ!“ — „А гдѣ это указано?“ Подобнымъ образомъ объясняется еще 1 столбецъ, напр. столбецъ восьмерокъ, и тогда уже можно сдѣлать выводъ: сколько именно семерокъ, восьмерокъ или еще чего-нибудь въ данномъ числѣ, — то указывается налѣво, сбоку.

Дѣленіе.

32. Содержаніе этого отдѣла. Дѣленіе въ предѣлѣ 100 заключаетъ въ себѣ: 1) тѣ случаи, въ которыхъ дѣлимое двузначное, дѣлитель однозначный, а частное тоже однозначное, напр. $63:7=9$; подобныя вычисленія основаны на таблицѣ умноженія: такъ какъ 9 семерокъ составляютъ 63, то, наоборотъ, 63 раздѣлить на семерки, будетъ 9; 2) въ предѣлѣ 100 при двузначномъ дѣлимомъ и однозначномъ дѣлителѣ частное можетъ быть двузначное, напр. $72:6=12$; здѣсь дѣйствіе совершается по рядамъ: сперва отыскиваются десятки частнаго, потомъ единицы, и тогда оба отвѣта соединяются въ одинъ; 3) при двузн. дѣлимомъ и двузн. дѣлителѣ — частныя однозначныя; примѣръ: $75:15=5$, частное 5 опредѣляется путемъ послѣдовательныхъ испытаній; т.-е. провѣряютъ, нельзя ли за искомое число принять 3, 4 и т. п., а для этого 15 берутъ 3 раза, 4 и т. д.

33. Дѣленіе на части и дѣленіе по содержанію. Въ предѣлѣ 100 рано еще обобщать оба случая дѣленія. Дѣти имѣли еще недостаточно упражненій для того, чтобы постигнуть, что дѣленіе, напр., на тройки даетъ такой же отвѣтъ, какъ и дѣленіе на 3 равныя части. Что касается задачъ, то при рѣшеніи ихъ очень важно, чтобы дѣти правильно указывали, дѣлать ли они на столько-то частей или по столько-то. Указать родъ дѣленія — это значитъ достаточно проникнуть въ сущность задачи и уяснить себѣ смыслъ вопроса.

Оба рода дѣленія лучше всего чередовать, напр., черезъ урокъ. Такъ, если дѣленіе на 3 проходитъ въ видѣ дѣленія на тройки, то дѣленіе на 4 — въ видѣ дѣленія на 4 равныя части. Но надо замѣтить, что смыслъ дѣленія на части доступнѣе дѣтямъ, чѣмъ смыслъ дѣленія по содержанію. Поэтому послѣдній случай требуетъ большаго вниманія и на него надо давать больше примѣровъ и задачъ.

34. Дѣленіе безъ остатка и съ остаткомъ. Дѣленіе безъ остатка легче дѣленія съ остаткомъ и съ него надо начинать; но никогда не слѣдуетъ забывать, что дѣленіе съ остаткомъ очень важно, какъ работа, подготовляющая къ дѣленію многозначныхъ чиселъ. При многозначныхъ числахъ часто ученики

оказываются безпомощными лишь потому, что не бойко дѣлать въ предѣлѣ 100. Вѣдь, чтобы раздѣлить, напр., 9875 на 1975, достаточно, въ сущности, умѣть найти частное отъ дѣленія 98 на 19. Поэтому, настоятельный совѣтъ учителю: заняться, насколько только можно болѣе, дѣленіемъ съ остаткомъ въ пред. 100.

35. Дѣленіе на тройки. Передъ нимъ должна быть повторена таблица умноженія 3-хъ и должны быть продѣланы соотвѣтствующіе повторительные примѣры. Затѣмъ учитель выписываетъ эту таблицу на классную доску или вывѣшиваетъ соотвѣтствующій столбикъ Пифагоровой таблицы. Пользуясь полученнымъ такимъ образомъ пособиемъ, учитель даетъ вопросъ, напр., такой: „сколько троекъ въ 27?“ Вматриваясь въ таблицу, дѣти даютъ отвѣтъ. Если отвѣтъ не вѣренъ („въ 27 5 троекъ“), то надо спросить: „сколько же составляютъ 5 троекъ?“—„15“.—„А у насъ 27, значитъ троекъ не 5, а больше“. Изъ этого видно, что основаніемъ дѣленія должно быть умноженіе, что частное провѣряется умноженіемъ и что невѣрные отвѣты опровергаются при помощи таблицы умноженія.

Какъ только продѣлано дѣленіе безъ остатка, надо дать вопросы на соотвѣтствующее дѣленіе съ остаткомъ. Такъ, за дѣленіемъ 24-хъ на тройки, умѣстно раздѣлить на тройки 25 и 26.

36. Дѣленіе на 5, 6, 7, 9. Дѣленіе на пятки, шестерки, семерки и девятки производится точно такъ же, какъ и на тройки. Занятіе начинается съ повторенія таблицы умноженія. Если, напр., желаемъ дѣлать на девятки, то повторяемъ таблицу девятокъ, такъ какъ съ ея помощью и въ ея предѣлѣ будетъ происходить дѣленіе на 9. Данъ, положимъ, вопросъ: раздѣлить 63 на девятки. Форма вопроса, конечно, можетъ достаточно разнообразиться, т.-е. мы можемъ выразиться еще такъ: „разложить 63 на девятки“, „раздѣлить по 9“, или „узнать, сколько девятокъ въ 63“. Терминъ „содержится“ на этой ступени вполне умѣстенъ: дѣти уже достаточно развиты и могутъ понять, что „9 содержится въ 63 7 разъ“ все равно, что „въ 63 7 девятокъ“ или „63 раздѣлить на девятки, будетъ 7“. Итакъ, задавши вопросъ въ одной изъ указанныхъ формъ, заставляемъ дѣтей найти отвѣтъ, пользуясь таблицей умноженія. Положимъ, отвѣтъ получился неправильный, напр. 6. Тогда стоитъ только спросить: „сколько составятъ 6 девятокъ?“—„54“.—„А у насъ 63“. Если такое наведеніе окажется труднымъ для

учениковъ, то вотъ болѣе легкое. Беремъ задачу: „Сколько фунтовъ орѣховъ, по 9 коп. за фунтъ, можно купить на 63 копейки?“ Говорятъ „6“. — „Давайте считать: одинъ фунтъ 9 коп., да другой 9, всего 18, да 3-й 9, всего 27...“ И такъ продолжаютъ, кончая 6-мъ фунтомъ. Получится отвѣтъ 54. На лишнія 9 коп. можно купить еще фунтъ, т.-е. девятокъ въ 63 заключается 7. Такимъ образомъ, при этомъ наведеніи мы пользуемся уже не умноженіемъ, а сложеніемъ.

Дѣленіе съ остаткомъ идетъ за дѣленіемъ безъ остатка. Если встрѣтится трудный примѣръ на дѣленіе съ остаткомъ, то вѣриѣ всего мы поправимъ дѣло тѣмъ, что дадимъ ближайшій примѣръ безъ остатка. Дано, хотя бы, раздѣлить 65 на девятки. Лучшій наводящій вопросъ: „сколько девятокъ въ 63? въ 64?“

37. Дѣленіе на 4 равныя части и обозначеніе $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$. При дѣленіи на 4 остановимся на дѣленіи на 4 равныя части. При этомъ имѣется въ виду: а) продѣлать нѣсколько примѣровъ и на этотъ случай дѣленія, именно на дѣленіе на части (при дѣленіи на 3, 5, 6, 7, 9 было дѣленіе по содержанію), б) показать обозначеніе простѣйшихъ долей, — половинъ и четвертыхъ, съ которыми дѣти не разъ уже встрѣчались ранѣе.

Приступая къ объясненію, учитель пишетъ на доскѣ горизонтальную черту рядомъ съ какой-нибудь цифрой (1—) и напоминаетъ, что эта черта, поставленная вправо отъ цифры, обозначаетъ „отнять“. „Что же можно, напр., отнять отъ 1?“ — „Половину“. — „Эта же черта, поставленная подъ цифрой, обозначаетъ — „раздѣлить“. На сколькихъ человекъ можно раздѣлить единицу, напр. одинъ листъ?“ — „На двоихъ“. Идетъ дѣленіе листа на двѣ половины, при чемъ каждая дается особому ученику. „По сколько получилъ каждый?“ — „По полъ-листа“. — „Сколько мы дѣлили?“ — „1 листъ“. — „Запишите всѣ 1. Что мы дѣлали съ листомъ?“ — „Дѣлили“. — „Обозначьте дѣленіе горизонт. чертой подъ цифрой 1! На сколькихъ человекъ раздѣленъ листъ?“ — „На двоихъ“. — „Подпишите подъ чертой 2. По сколько получилъ каждый?“ — „По половинѣ“. — „Вотъ это, т.-е. $\frac{1}{2}$, и обозначаетъ половину. Объясните, почему“. — „Потому что 1 раздѣлить на двоихъ, будетъ по половинѣ“. Ученки нѣсколько разъ пишутъ и читаютъ эту дробь.

„Теперь будемъ дѣлить на четверыхъ. Какъ раздѣлить листъ на четверыхъ?“ — „Сначала на двоихъ, а потомъ каждую половину

пополамъ, тогда и раздѣлится на четверыхъ“ — „По сколько достанется каждому?“ — „По четвертинкѣ“ — „Начнемъ теперь записывать: сколько мы раздѣлили?“ — „1 листъ“. Всѣ пишутъ 1. „Что мы дѣлали?“ — „Дѣлили“. Проводятъ подъ 1 горизонт. черту. „На сколькихъ человѣкѣхъ мы дѣлили?“ — „На четверыхъ“. Подписываютъ подъ чертой 4. „Какъ прочитать то, что написано?“ — „Четверть, четвертая часть“. — „Почему?“ — „Потому что, если 1 листъ раздѣлить на четверыхъ, то получится по четвертинкѣ, или по четвертой части листа“.

Далѣе берутъ 2 листа и дѣлятъ ихъ на четверыхъ. Сначала дѣлятъ 1 листъ, получаютъ по четвертинкѣ, потомъ то же продолжаютъ и съ другимъ листомъ. Придется на каждого человѣка по 2 четвертинки, или по полъ-листа. „Кто повторить, какъ раздѣлить два листа на четверыхъ?“ — „Одинъ листъ раздѣлить на четверыхъ, будетъ по четвертинкѣ, да другой раздѣлить на четверыхъ, будетъ опять по четвертинкѣ; всего по 2 четвертинки, или по полъ-листа“. — „Чему же равны $\frac{2}{4}$?“ — „ $\frac{2}{4}$ равны $\frac{1}{2}$ “. — „Запишите это всѣ“.

Точно такъ же идетъ дѣленіе 3 листовъ на четверыхъ. Сначала дѣлится 1 листъ, получается на каждого по четвертинкѣ, потомъ другой, потомъ третій. Записывается $\frac{3}{4}$ и объясняется, почему $\frac{3}{4}$ пишется именно такъ: потому что $\frac{3}{4}$ показываетъ „три раздѣлить на четверыхъ“, а если 3 раздѣлить на четверыхъ, то будетъ каждому $\frac{3}{4}$.

При обозначеніи дробей будемъ твердо держаться правила: горизонтальная черта, отдѣляющая, напр., 3 отъ 4, показываетъ, что 3 дѣлится на 4, а такъ какъ отъ дѣленія 3-хъ на 4 получается три четверти, то, слѣд., три четверти и обозначаются чрезъ $\frac{3}{4}$.

Когда дѣленіе на 4 равныя части пройдено и рѣшены примѣры въ родѣ $24 : 4$, $32 : 4$, $36 : 4$ и т. п., мы беремъ примѣры съ остаткомъ и частное выражаемъ въ видѣ цѣлаго числа съ дробью. Примѣръ: „Четверо рабочихъ получили 25 рублей. Какъ имъ раздѣлить на четверыхъ, — по сколько получить каждый?“ „Сколько же будетъ, если 25 раздѣлить на четверыхъ?“

38. Дѣленіе на 8 равныхъ частей. Восьмая доли и ихъ обозначеніе. Повторивши таблицу умноженія 8-ми, начинаемъ, при помощи ея, дѣлить на 8. Сперва дѣленіе безъ остатка, напр. $40 : 8$,

64 : 8. Если въ отвѣтахъ дѣтей будутъ ошибки, то онѣ исправляются такъ же, какъ выше указано для дѣленія на тройки и десятки, именно при помощи умноженія или даже сложенія.

За дѣленіемъ безъ остатка идетъ дѣленіе съ остаткомъ. Возьмемъ, напр., $65 : 8$. На каждую часть придется по 8 цѣлыхъ единицъ, и одна единица останется. Она дастъ для каждой части по восьмушкѣ. Для нагляднаго уясненія полезно воспользоваться листомъ бумаги и раздѣлить его на восьмушки; можно взять бумажную полоску, нитку, можно начертить линію на классной доскѣ; пусть и ученики начертятъ у себя въ тетрадяхъ, раздѣлять на 8 равныхъ частей и подпишутъ надъ каждой долей: восьмая часть. При этомъ, чтобы добраться до восьмыхъ долей, надо сперва линію раздѣлить пополамъ, каждую часть опять пополамъ и полученные отрѣзки еще разъ пополамъ. Отсюда дѣти увидятъ, что въ четверти, или въ четвертой части, двѣ восьмыхъ доли, двѣ восьмушки; точно такъ же въ половинѣ 4 восьмушки, въ цѣломъ 8.

Чтобы два листа раздѣлить между восемью учениками, проще будетъ сперва 1 листъ раздѣлить на восьмерыхъ, а потомъ другой. Изъ нагляднаго сравненія вытекаетъ, что двѣ восьмушки равны четвертинкѣ. Подобно этому, дѣлять 4 листа восьми человѣкамъ, даютъ каждому по 4 восьмыхъ и выводятъ, что 4 восьмушки равны половинѣ. Примѣры, въ которыхъ приходится 3, 5, 6 дѣлить на 8 равныхъ частей, можно уже пройти отвлеченно.

Обозначеніе восьмыхъ долей объясняется такъ же, какъ и четвертыхъ. Дѣти сами догадываются, что сначала пишется то количество, которое мы дѣлимъ, потомъ проводится черта, а потомъ уже записывается, на сколькихъ мы человѣкъ дѣлимъ. Объясненіе слѣдуетъ такое: „ $\frac{3}{8}$ показываетъ три восьмыхъ, потому что, если три раздѣлить на восемь равныхъ частей, то получимъ по $\frac{3}{8}$ “. Однимъ словомъ, опять напоминаетъ, что черта выражаетъ собой дѣленіе одного числа на другое.

39. Дѣленіе двузначнаго числа на однозначное (по рядамъ). До сихъ поръ при дѣленіи всегда получалось однозначное частное, такъ какъ десятковъ въ дѣлимомъ было меньше, чѣмъ единицъ въ дѣлителѣ (напр. $36 : 6$), и дѣйствіе совершалось при помощи таблицы умноженія, подыскиваніемъ отвѣта. Теперь переходимъ къ тѣмъ вычисленіямъ, когда десятковъ въ дѣлимомъ больше, чѣмъ единицъ въ дѣлителѣ, слѣд., въ частномъ получается

нѣсколько десятковъ вмѣстѣ съ нѣсколькими единицами, и оно вычисляется по разрядамъ. Упражненія располагаемъ въ возрастающей трудности и потому намѣчаемъ такую послѣдовательность: а) десятки не приходится раздроблять въ единицы, напр. $63:3$; б) число выражено полными десятками, и десятки надо раздроблять въ единицы, напр. $50:2$; в) число состоитъ изъ десятковъ и единицъ, и десятки надо раздроблять въ единицы, напр. $96:4$.

Общій приемъ, который приложимъ одинаково ко всѣмъ тремъ пунктамъ и которому дѣти обязательно должны научиться, таковъ: сперва надо высчитать десятки частнаго, потомъ единицы и тогда оба отвѣта сложить.

Примѣры 1-го пункта, т.-е. въ которыхъ десятки не требуется раздроблять въ единицы, рѣшаются безъ особаго труда, по общему приему, особенно если начать съ простѣйшихъ примѣровъ: $88:2$, $44:2$, $22:2$. Для большей доступности примѣры съ отвлеченными числами всегда должны замѣняться примѣрами съ именованными числами. „Раздѣлите 88 коп. поровну на двоихъ. По сколько получить каждый? Какъ вы узнали?“ — „8 десятковъ раздѣлили пополамъ, получили по 4 дес.; 8 ед. раздѣлили пополамъ, получили по 4 ед.; всего по 44“.

Примѣры 2-го пункта состоятъ изъ полныхъ десятковъ, при чемъ количество полныхъ десятковъ не дѣлится безъ остатка на дѣлителя, такъ что остающіеся десятки слѣдуетъ раздроблять въ единицы и тогда уже дѣлить. Возьмемъ $50:2$. Здѣсь 5 дес. не дѣлятся сразу на 2, такъ какъ на 2 дѣлятся только 4 дес.; пятый же десятокъ необходимо раздробить въ единицы и тогда только дѣлить на 2, будетъ по 5 въ каждой части. Учитель обязанъ постараться о томъ, чтобы дѣти точно указывали то количество десятковъ, которое сразу дѣлится на дѣлителя. Видишь всего это будетъ на счетахъ. Учитель заставляетъ отодвигать столько косточекъ на 2-ой проволоцѣ, слѣд. столько десятковъ, чтобы они сразу дѣлились на дѣлителя. Въ нашемъ примѣрѣ 4 дес. Наиболѣе желательнымъ объясненіемъ, котораго можно требовать и отъ учениковъ, представляется такое: „4 дес. раздѣлить на двоихъ, будетъ по 2 дес.; десять ед. раздѣлить на двоихъ, будетъ по 5; всего по 25“. Въ концѣ можетъ предлагаться повѣрочный вопросъ: „Почему вы берете 4 дес., а не 5?“ — „Потому что 5 не дѣлится на 2, а 4 дѣлится“.

Примѣры 3-го пункта — наиболѣе трудные. Поэтому при нихъ

излишнее разнообразіе будетъ сбивать: лучше остановиться по-
дольше на дѣленіи пополамъ, потомъ на дѣленіи на троихъ; тогда
только переходить къ остальнымъ дѣлителямъ, когда дѣти поймутъ
сущность приѣма. Для наведенія полезно давать подготовительные
примѣры. Передъ тѣмъ, какъ задать дѣленіе $45 : 3$, можно дать
 $30 : 3$ и $15 : 3$. Главная трудность состоитъ въ томъ, чтобы разложить
десятки на такія двѣ группы, чтобы первая сразу дѣлилась на
данное число, а вторую приходилось бы дробить въ единицы. Для
вопроса: „75 коп. раздѣлить на пятерыхъ поровну“ желательно
такое объясненіе: „5 дес. раздѣлить на пятерыхъ, будетъ по 1 дес.,
25 ед. раздѣлить на пятерыхъ, будетъ по 5; всего по 15“. Учи-
тель затѣмъ спрашиваетъ: „Почему вы взяли 5 дес., а не 7?“ —
„Потому что 5 дес. сразу дѣлятся на 5, а 7 на 5 не дѣлится
безъ остатка“.

Закончить этотъ отдѣлъ надо дѣленіемъ съ остаткомъ. При этомъ,
если мы дѣлимъ на двоихъ, на четверыхъ или на восьмерыхъ,
то отвѣтъ съ остаткомъ можно замѣнить отвѣтомъ съ дробью.
„Фунтъ сахару стоитъ 17 коп. Сколько стоитъ четверть фунта?“ —
„ $17 : 4 = 4\frac{1}{4}$ “.

40. Дѣленіе двузначнаго числа на двузначное. Этотъ видъ
дѣленія всецѣло основанъ на умноженіи. Если ученики умѣютъ
довольно скоро умножать двузначное число на однозначное, то и
это дѣленіе ихъ не особенно затруднить. Наоборотъ, если дѣле-
ніе идетъ съ трудомъ, то это прямо показываетъ, что задержка
въ умноженіи и что именно умноженіе надо повторить, какъ слѣ-
дуетъ.

Для перваго урока, на которомъ мы поставимъ себѣ цѣлью вы-
яснить приѣмъ дѣйствія, надо выбрать лишь двухъ-трехъ дѣлите-
лей, чтобы на сходныхъ упражненіяхъ ярче освѣтить путь дѣйствія.
Начинаемъ съ умноженія. Беремъ число, напр. 11, и составляемъ
его таблицу умноженія: $11 \times 2 = 22$, $11 \times 3 = 33$, $11 \times 4 = 44$
и т. д., кончая $11 \times 9 = 99$. Всѣ эти строки записываются. За-
тѣмъ, когда учитель дастъ обратный вопросъ: $66 : 11$, то ученики
могутъ воспользоваться написанными строками и по нимъ прослѣ-
дить, каковъ долженъ быть отвѣтъ (6). Еще нѣсколько примѣровъ
изъ таблицы представлять сами дѣти. Далѣе перемѣняемъ дѣлителя и
беремъ, хотя бы, 25. Высчитываемъ 25×2 , 25×3 , 25×4 . Рѣшаемъ
обратные вопросы: $50 : 25$, $75 : 25$, $100 : 25$. „Почему вы говорите,
что $50 : 25 = 2$?“ — „Потому что $25 \times 2 = 50$ “. Такими вопросами

надо установить связь между дѣленіемъ и умноженіемъ. Такихъ вопросовъ должно быть нѣсколько. Обращаемся, наконецъ, къ инымъ дѣлителямъ, напр. къ 12, 15. „Ск. дюжинъ въ 60?“ Дѣти, положимъ, говорятъ „3“. — „Сосчитайте, ск. единицъ въ 3 дюжинахъ?“ — „36“. — „А у насъ 60, слѣд. дюжинъ не 3, а болѣе“. Такимъ образомъ послѣдовательнымъ подборомъ и вычисляется отвѣтъ.

Въ заключеніе слѣдуютъ примѣры на дѣленіе съ остаткомъ. Передъ ними надо продѣлывать соответствующіе примѣры дѣленія безъ остатка. Передъ 60:24 полезно спросить: 48:24.

Въ простѣйшихъ случаяхъ болѣе способныя дѣти могутъ выражать отвѣтъ въ доляхъ. Такъ, при дѣленіи 60 коп. 24-мъ человѣкамъ, получается по 2 цѣлыхъ копейки и 12 к. въ остаткѣ. „На сколькихъ человѣкъ придется копейка?“ — „На двоихъ“. — „По ск. же получить каждый?“ — „По $\frac{1}{2}$ к.“ — „Всего по $2\frac{1}{2}$ коп.“

Общіе выводы о дѣйствіяхъ въ предѣлѣ 100.

41. Цѣль изученія дѣйствій въ предѣлѣ 100. Каждый предѣлъ, при изученіи начальной ариметики, долженъ имѣть свою особую, опредѣленно выраженную, цѣль. Первый десятокъ—представитель исключительно предметнаго счета. Тамъ всевозможная наглядность. Тамъ каждое затрудненіе разрѣшается тѣмъ, что обращаются къ осязаемымъ единицамъ, т.-е. предметамъ. Всѣ дѣйствія выводятся изъ прямого счета и къ нему, въ случаѣ нужды, возвращаются, т.-е. имъ для облегченія замѣняются.

Предѣлъ перваго десятка даетъ понятіе о 4-хъ арифметическихъ дѣйствіяхъ. Это понятіе основное въ арифметикѣ, и съ чего же начинать арифметику, какъ не съ него. Оно умѣстно въ предѣлѣ десяти и вполне возможно, такъ какъ смыслъ дѣйствій вовсе не зависитъ отъ величины чиселъ и отъ десятичной системы счисленія. Сущность дѣйствій покоится на болѣе твердомъ основаніи, чѣмъ система счисленія. Эта сущность состоитъ въ различіи двухъ основныхъ человѣческихъ дѣйствій—прибавленія и отниманія. Дѣти 2—3-хъ лѣтъ уже имѣютъ опредѣленные понятія о томъ, что значить „получить“ и „отдать“. Они не собыются въ понятіяхъ приобрѣтенія и потери. Слѣдов., сложеніе и вычитаніе, какъ процессы, совершаемые съ какими угодно вещами, примѣнны и къ какимъ угодно числамъ, т.-е. и къ числамъ до 10. Что касается умноженія и дѣленія, то умноженіе выводится изъ сложенія, а дѣ-

леніе обратно умноженію. И получается теперь, что всѣ 4 дѣйствія умѣстны и возможны въ предѣлѣ 10 и откладывать ихъ до болѣе поздняго предѣла, напр. предѣла 100, нѣтъ цѣли и причины.

Предѣлъ сотни имѣетъ, въ свою очередь, двѣ важныя стороны: 1. Изученіе таблицъ дѣйствій. 2. Усвоеніе основныхъ, или нормальныхъ, приѣмовъ вычисленія по разрядамъ. Обѣ стороны связаны другъ съ другомъ, такъ какъ для того, чтобы производить дѣйствіе по разрядамъ, необходимо знать его таблицу.

Таблица сложенія пройдена еще въ 1-ый годъ. Таблица вычитанія выводится изъ нея. Таблица умноженія и дѣленія (дѣленіе основано на умноженіи) выводится какъ-разъ теперь и требуетъ частаго повторенія. Часто повторять надо не только табличные результаты, но и объясненія способовъ, которыми эти результаты добываются.

Повторимъ вкратцѣ основные приѣмы, которые прилагаются къ каждому изъ 4 дѣйствій. 1. Чтобы сложить два числа, надо десятки сложить съ десятками, а единицы съ единицами и къ первому отвѣту прибавить 2-ой. 2. Чтобы вычесть, надо десятки отнять отъ десятковъ, а единицы отъ единицъ, и оба остатка сложить. 3. Въ случаѣ умноженія, надо повторить сперва десятки, потомъ единицы, и тогда оба отвѣта сложить. 4. Въ случаѣ дѣленія, надо найти десятки отвѣта, потомъ единицы и тогда оба числа сложить. Изучить эти приѣмы, притомъ, конечно, на примѣрахъ, а не отвлеченно,—обязательно въ предѣлѣ сотни. Работы съ ними будетъ не мало. Поэтому приходится оставить на время большинство другихъ приѣмовъ и отложить ихъ до тѣхъ поръ, пока дѣти не укрѣплятся въ этихъ основныхъ. Дозволительно останавливаться на искусственныхъ приѣмахъ только въ томъ случаѣ, если на нихъ натолкнутся сами учащіеся, или если учитель надѣется, что основные приѣмы уже усвоены достаточно.

Исключеніе представляетъ таблица умноженія. При ея разработкѣ воплиѣ умѣстно находить какъ можно больше путей для полученія результатовъ. Это потому, что основной-то путь слишкомъ простъ: послѣдовательное прикладываніе по 3, по 4, по 5 и т. д. Мало того, что этотъ путь простъ, онъ еще очень медленно ведетъ къ цѣли, что, конечно, не выгодно. Итакъ, таблица умноженія представляетъ въ этомъ случаѣ нѣкоторое исключеніе; но это исключеніе скорѣе кажущееся, чѣмъ дѣйствительное; оно лишь слѣдствіе, вытекающее изъ общаго правила: пока основной спо-

собъ не усвоентъ, рано переходить къ искусственнымъ, но, конечно, разъ основной способъ усвоентъ, полезно перейти къ разбору и другихъ способовъ.

42. Наглядность. Чѣмъ далѣе, тѣмъ болѣе сокращаются случаи ея примѣненія. Но еще во многихъ мѣстахъ она совершенно необходима. Когда заходить рѣчь о мѣрахъ, то эти мѣры должны быть показаны, напримѣръ мѣры длины.

Мѣры вѣса также нуждаются въ показываніи. Золотникъ — вѣсъ листа почтовой бумаги (приблизительно). Лотъ — конвертъ и 2 листика бумаги, слѣд. почти письмо.

Первоначальныя свойства долей только при томъ условіи и доступны дѣтямъ, если указываются на предметахъ и разъясняются наглядно. Поэтому образованіе половинъ, четвертыхъ и восьмыхъ долей надо показывать на кружкахъ, листахъ бумаги, полоскахъ, черточкахъ и т. п. На нихъ же надо производить сравненіе долей и къ нимъ слѣдуетъ прибѣгать при прибавленіи и отниманіи долей.

Счетами лучше пока предоставить роль нагляднаго пособия и пока не сообщать особыхъ приѣмовъ, которыми пользуются при сложении и вычитаніи на счетахъ. Особые приѣмы могутъ сбить, если они вводятся ранѣе, чѣмъ ученики утвердились въ основныхъ способахъ, т.-е. въ вычисленіи по разрядамъ.

43. Форма обученія. Форма, которой слѣдуетъ придерживаться при обученіи дѣтей, должна измѣняться съ измѣненіемъ развитія дѣтей. Вмѣстѣ съ умственнымъ ростомъ, уменьшается нужда въ помощи учителя: меньше потребности въ наводящихъ вопросахъ, больше самостоятельной, личной дѣятельности учащихся. Придумываніе своихъ примѣровъ и задачъ, нахожденіе иныхъ способовъ счета, связное объясненіе какъ вычисленій, такъ и рѣшенія задачъ должны быть поощряемы въ дѣтяхъ и выдвигаемы на первый планъ.

44. Выборъ чиселъ для упражненій. Въ предѣлѣ 20, а тѣмъ болѣе въ предѣлѣ 1-го десятка такъ мало чиселъ, что по необходимости приходится перебирать ихъ всѣ и дѣйствія надъ одними и тѣми же числами повторять не разъ во время работъ съ учителемъ и на самостоятельныхъ занятіяхъ. Но начиная съ предѣла сотни, встрѣчаемъ иное. Чиселъ много, выборъ чиселъ богатый и стоитъ призадуматься, какія именно числа назначать для упражненій. Отвѣтъ такой: не годится брать примѣры случайные, хотя бы они и были на данное дѣйствіе. Выборъ долженъ быть ограниченъ слѣдующими двумя условіями.

Во-первыхъ, сложеніе и вычитаніе въ пред. 100 должно содержать вычисленія, пригодныя для таблицы умноженія, такъ что послѣдовательный счетъ, прямой и обратный, по 2, по 3, по 4 и т. д., который необходимъ для таблицы умноженія, долженъ быть продѣланъ, хотя отчасти, еще во время сложенія и вычитанія.

Во-вторыхъ, тѣ вычисленія имѣютъ преимущество, которыя чаще попадаютъ въ практическихъ, житейскихъ вопросахъ. Чтобы выяснитъ, напр., производство дѣленія, намъ совершенно безразлично, возьмемъ ли $96 : 2$ или $76 : 2$; для умноженія все равно, что 25×3 , что 29×3 . Между тѣмъ для практическаго дѣла $96 : 2$ и 25×3 крайне важны: это дѣленіе фунта (96 зол.) на полуфунты и вычисленіе 3-хъ четвертаковъ (75 к.). А такъ какъ дѣтская память многое удерживаетъ изъ того, надъ чѣмъ работаетъ, то очень выгодно было бы, чтобы удерживались именно тѣ результаты, которые пригодны для торговца, ремесленника и т. п. Никогда не надо забывать: хорошій счетчикъ, умѣющій быстро вычислять въ умѣ, обладаетъ и сообразительностью и памятью; онъ быстро говоритъ отвѣты отчасти потому, что держитъ въ головѣ много результатовъ, уже совершенно готовыхъ. Торговый человѣкъ прямо помнитъ, сколько въ рублѣ пятачковъ, двугривенныхъ, четвертаковъ; точно такъ же, не вычисляя каждый разъ, онъ говоритъ на память, сколько, напр., копеекъ въ $\frac{1}{3}$ рубля, въ $\frac{2}{3}$.

45. Устный счетъ. При достаточномъ знакомствѣ съ дѣйствіемъ и при подборѣ посильныхъ вычисленій устный счетъ пріобрѣтаетъ характеръ бѣглости, становится бѣглымъ счетомъ. Устнымъ счетомъ надо заниматься на каждомъ урокѣ, удѣляя на него минутъ 10—15 въ началѣ урока или въ промежуткахъ между задачами. Читая примѣры можно и въ отвлеченномъ видѣ, но еще лучше будетъ облекать ихъ въ форму краткихъ задачъ. Напр., 10×8 можно замѣнить задачей: „сколько стоятъ 8 ф. мяса, по 10 к. за фунтъ?“ Такимъ путемъ будетъ совершенствоваться навыкъ въ рѣшеніи задачъ. Этимъ же средствомъ можно воспользоваться для запоминанія терминовъ. Такъ предыдущій вопросъ можно выразить въ слѣдующей формѣ: „увеличьте 10 въ 8 разъ!“

Читая примѣры, не слѣдуетъ требовать повторенія условія, развѣ только въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ желательно усилить внимательность дѣтей. Иначе утратится бѣглость. Точно также и объяснять примѣры гораздо удобнѣе не тогда, когда они вычисляются устно, а тогда, когда рѣшеніе ихъ записано: запись будетъ служить какъ бы

точкой опоры, нѣкоторой наглядностью, облегчающею изложеніе. Поэтому, во время бѣглаго счета, учитель самъ, кратко и вразумительно, пусть пояснить трудное мѣсто; длинное же объясненіе пусть ведутъ ученики на особо выбранныхъ примѣрахъ, которые должны уже слѣдовать за бѣглымъ счетомъ, при чемъ ихъ рѣшеніе полезно для дѣтей записать, по возможности, самостоятельно. Вообще хорошо было бы, если бы объясненіе дѣйствій составляло отдѣльный пунктъ урока, а не входило, отчасти мѣшая дѣлу, въ составъ бѣглаго счета или рѣшенія задачъ. При этомъ, если примѣры, предназначенные для объясненія, предварительно продѣлываются учениками самостоятельно, то такая работа, помѣщенная среди занятій съ учителемъ, даетъ дѣтямъ отдыхъ и оживляетъ урокъ.

Особый видъ бѣглаго счета составляютъ вычисленія по таблицѣ Пифагора. Въ этомъ случаѣ можно сразу занять дѣломъ 2 группы, напр. старшую и среднюю. Работа идетъ такъ. Вывѣшивается таблица. Учитель указываетъ на ней 2 числа, напр., 15 и 16. Ученикъ повторяетъ. Средняя группа должна эти числа сложить, а старшая перемножить. Отвѣты сперва выспрашиваются у одной группы, потомъ у другой. Задается другой примѣръ (16 и 25). Такія упражненія могутъ быть очень разнообразны: а) средніе вычитаютъ одно число изъ другого, старшіе дѣлятъ; б) средніе перемножаютъ, старшіе же умножаютъ еще на третьяго производителя; в) къ работѣ, въ случаѣ однозначныхъ чиселъ, можно привлечь и младшее отдѣленіе; напр., когда оно складываетъ, то среднее въ это время перемножаетъ, а старшее беретъ каждое число множителемъ 2 раза и тоже перемножаетъ все полученное.

46. Самостоятельныя работы. Во второй годъ обученія онѣ имѣютъ болѣе значенія, чѣмъ въ 1-й. Болѣе развитыя и болѣе привычныя дѣти работаютъ успѣшнѣе. Примѣры пишутся на классной доскѣ или даются изъ сборника. Учитель удостовѣряется, поняли ли работа, разъясняетъ тѣ мѣста, которыя могутъ затруднить дѣтей. Повѣрка бываетъ или въ концѣ того урока, на который задана работа, или въ началѣ слѣдующаго. Чистота и порядокъ въ тетрадяхъ должны быть, попрежнему, предметомъ заботъ учителя.

[Дѣло самостоятельныхъ работъ можно вести еще слѣдующимъ способомъ, который испытанъ авторомъ методики на дѣлѣ (начиная со 2-го отдѣленія) и рекомендуется вниманію учителя. Отдѣлъ изъ сборника, напр. „сложеніе и вычитаніе десятковъ“ (самост.

раб. 10 №№) переписывается учителем или учениками на листки, по одному номеру на листокъ: всего, слѣд., выйдетъ 10 листовъ; на каждомъ листкѣ по 5 строкъ, слѣд. по 5 отвѣтовъ. Чтобы меньше хлопотъ было съ проверкой, ученикъ, получившій листокъ, рѣшивъ его, складываетъ всѣ 5 отвѣтовъ и окончательный итогъ представляетъ для проверки. Если отвѣтъ вѣренъ, то на листкѣ отмѣчается фамилія рѣшившаго и ему дается другой листокъ. Учитель во время урока изрѣдка помогаетъ слабымъ и освѣдомляется, кто сколько листовъ рѣшилъ.

При такой формѣ занятій работа у всѣхъ разная, такъ что устраняется списываніе. Успѣшность каждаго ученика опредѣляется подсчетомъ того, сколько листовъ онъ рѣшилъ, и это заставляетъ дѣтей бодро заниматься дѣломъ.

Листки служатъ нѣсколько лѣтъ.

Отвѣты на примѣры можно вручить одному изъ лучшихъ учениковъ, съ тѣмъ, чтобы на немъ лежала проверка отвѣтовъ и обмѣнъ листовъ. Когда этотъ ученикъ незанятъ, то онъ можетъ объяснять болѣе слабымъ, какъ надо рѣшать.

Если группа довольно велика, то, чтобы сократить проверку, можно раздѣлить группу на кружки, человѣка по 3 въ каждомъ. Кружокъ долженъ состоять изъ учениковъ одинаковой успѣшности; всѣ работы они исполняютъ сообща, совѣтуются другъ съ другомъ, поправляютъ одинъ другого и смотрятъ въ тетради сосѣда. Отвѣтъ на извѣстный листокъ долженъ быть одинаковъ у всѣхъ. Тогда онъ проверяется въ томъ порядкѣ, какой намѣченъ выше.

При этой системѣ вниманіе учителя должно быть устремлено на то, чтобы дѣти, дѣйствительно, вычисляли, а не ограничивались подписываніемъ отвѣтовъ и чтобы они были заняты работой, а не сидѣли безъ дѣла.

ДѢЙСТВІЯ ВЪ ПРЕДѢЛѢ 1000.

Нумерація.

47. Счетъ полными сотнями. Къ этому уроку готовится наглядное пособіе: пучки изъ обыкновенной соломы, длиною около четверти арш.; соломинки перевязываются въ десятки, десятки образуютъ сотни. Пучки эти выставляются на планку классной доски, чтобы все было видно. Пересчитываются соломинки въ нѣсколькихъ мелкихъ пучкахъ („пучечкахъ“); 10 провѣренныхъ пучечковъ соединяются въ одинъ сотенный пучокъ (остальные сотенные пучки можно не провѣрять, а прямо принять, что въ нихъ тоже по сотнѣ). „Сколько соломинокъ въ маломъ пучкѣ?“ „Сколько малыхъ пучковъ въ большемъ?“ Затѣмъ идетъ счетъ сотнями на пучкахъ: сотня, или сто, 2 сотни, или двѣсти, и т. д. до 10 сотенъ, или тысячи. Обратный счетъ: тысяча, девятьсотъ и т. д. Счетъ повторяется нѣсколько разъ, сперва наглядно, потомъ отвлеченно; считаютъ сперва отдѣльные ученики, потомъ все хоромъ. Бесѣда заканчивается вопросами: во сколько разъ тысячный „пучокъ“ больше сотеннаго „пучка“, а тотъ больше „пучечка“ — десятка. Кстати полезно высчитать, сколько десятковъ въ тысячѣ.

48. Откладываніе трехзначныхъ чиселъ на счетахъ. Для повторенія пройденнаго ранѣе, надо спросить, гдѣ кладутся единицы и гдѣ десятки. Такъ какъ количество единицъ, или простыхъ соломинокъ, кладется на 1-ой проволоки, количество десятковъ, т.-е. пучечковъ—на 2-ой, то, слѣдуя этому порядку, дѣти заключаютъ, что сотни откладываются на 3-ей проволоки, а тысячи на 4-ой. Дѣти повторяютъ нѣсколько разъ, гдѣ что откладывается. Затѣмъ продѣлываются примѣры: учитель кладетъ, положимъ, 357. Уче-

нии выговариваютъ двояко: а) три сотни 5 десятковъ 7 единицъ, б) триста пятьдесятъ семь. Примѣровъ на выговариваніе отложенныхъ чиселъ надо продѣлать не мало; во всѣхъ въ нихъ полезно разбирать предварительно, изъ сколькихъ сотенъ, десятковъ и единицъ состоитъ отложенное число. При этомъ не надо забывать про такіе случаи, гдѣ разрядъ единицъ или разрядъ десятковъ пропущенъ (560, 607).

Обратная работа такова: ученикъ, подѣ диктовку учителя или товарищей, откладываетъ числа на счетахъ. Для этого, прежде чѣмъ класть, надо разбирать, изъ сколькихъ сотенъ, десятковъ и единицъ состоитъ то число, которое надо отложить. Остальные ученики проверяютъ.

49. Письменное обозначеніе трехзначныхъ чиселъ. Вспомогательными средствами въ этомъ случаѣ являются: откладываніе чиселъ на счетахъ и письмо двузначныхъ чиселъ. Учитель сравниваетъ 1) что единицы откладываются на 1-ой проволоки снизу, а пишутся на 1-мъ мѣстѣ справа, 2) десятки откладываются на 2-й проволоки, а пишутся на 2-мъ мѣстѣ. Отсюда получается выводъ: такъ какъ сотни кладутся на 3-ей проволоки, то и писать ихъ надо на 3-емъ мѣстѣ, считая справа; тысячу надо писать на 4-мъ мѣстѣ. Итакъ, надо начать объясненіе съ разбора двузначныхъ чиселъ, указывая на примѣрахъ то, на которомъ мѣстѣ справа пишутся единицы и на которомъ десятки; затѣмъ надо сравнить письменное обозначеніе съ откладываніемъ на счетахъ.

Для закрѣпленія этого правила, дѣти упражняются сперва въ выговариваніи чиселъ, написанныхъ учителемъ. Эти же числа можно откладывать на счетахъ. При этомъ каждый разъ надо спрашивать, сколько въ числѣ сотенъ, десятковъ и единицъ. Этого же надо требовать и при слѣдующей затѣмъ обратной работѣ, когда учитель диктуетъ числа, а ученики пишутъ.

Особое вниманіе надо обратить на тѣ примѣры, въ которыхъ десятковъ или единицъ нѣтъ. Сперва идетъ выговариваніе подобныхъ чиселъ, потомъ письмо подѣ диктовку. Прежде чѣмъ писать продиктованное число, положимъ 305, мы даемъ такіе вопросы: „сколько сотенъ въ этомъ числѣ?“ „Сколько десятковъ?“ „Сколько единицъ?“ „На которомъ мѣстѣ справа пишутся единицы, десятки, сотни?“ „Какъ выразить, что десятковъ нѣтъ?“ (надо написать нуль) „Какое получилось бы число, если бы пропустить нуль?“ Если бы потребовалась наглядность, то можно бы было

число 305 представить на соломинкахъ; тогда ясно было бы видно, что это число состоитъ только изъ сотенъ и единицъ и не содержитъ десятковъ.

50. Счетъ десятками и единицами до 1000, на предметахъ и отвлеченно, прямо и обратно. Нѣтъ нужды вести счетъ непрерывно, т.-е. прибавляя все по единицѣ или по десятку, и такъ съ самыхъ малыхъ чиселъ до тысячи. Это было бы и утомительно. Останавливаемся лишь на болѣе трудныхъ переходахъ, напр. съ 98, 99 на 100, 101, 102; съ 197, 198, 199 на 200, 201, 202 и т. д., кончая переходомъ съ 980, 990, 991, 992, 993 и т. д. на 1000. Счетъ десятками достаточно провести, напр., съ 250 до 350. Одновременно со счетомъ полезно было бы составлять числа на пучкахъ, откладывая на счетахъ, записывать и, наконецъ, разлагать на сотни, десятки и единицы. Это было бы хорошимъ повтореніемъ нумераціи.

51. Откладываніе на счетахъ рублей и копеекъ. Что копейки кладутся на нижней проволоцѣ, гривенники на второй — это было объяснено еще въ предѣлѣ сотни. Теперь остается сказать про рубли. Рубль — сотня копеекъ, поэтому мѣсто рублей тамъ, гдѣ мѣсто сотенъ, т.-е. на 3-ей проволоцѣ.

Съ половинами и четвертями дѣти уже умѣютъ обращаться, поэтому они безъ труда поймутъ, что значать 4 косточки подъ копейками и 4 косточки подъ рублями.

52. Обращеніе сотенъ въ десятки и десятковъ въ сотни. „Сколько десятковъ въ сотнѣ?“ „Сколько десятковъ въ 1 сотнѣ и 4 десяткахъ?“ „Сколько десятковъ въ 320?“ Подобные вопросы очень нужны будутъ послѣ, при вычитаніи и дѣленіи. Отвѣты на нихъ ученики должны усвоить твердо и рѣшать эти вопросы свободно. Къ этимъ вопросамъ придется возвращаться не разъ, иногда пользуясь наглядностью (соломой или пальцами рукъ).

Такъ же важны и обратные вопросы: сколько сотенъ въ 10 десяткахъ? въ 15? въ 25? и т. п. Они потребуются въ особенности при сложеніи и умноженіи.

Сложеніе.

53. Случаи и способы сложенія. Если расположить случаи сложенія въ порядкѣ послѣдовательнаго усложненія, то ихъ можно

насчитать 4: а) сложение безъ превращенія единицъ въ десятки или десятковъ въ сотни, напр. $222 + 456$, б) съ превращеніемъ единицъ въ десятки, напр. $338 + 338$, в) съ превращеніемъ десятковъ въ сотни: $383 + 383$, г) съ превращеніемъ единицъ въ десятки и десятковъ въ сотни: $496 + 398$. Третій случай труднѣе второго, потому что обращать единицы въ десятки дѣти научились еще въ предѣлѣ сотни, а обращать десятки въ сотни они учатся только теперь.

Въ предѣлѣ сотни уже усвоено было, какъ надо складывать числа: надо десятки сложить съ десятками, а единицы съ единицами и къ первому отвѣту прибавить второй. Теперь этотъ основной путь развѣтвляется на 4 способа: а) сложение устное, б) письменное, в) на счетахъ, г) при помощи округленія слагаемыхъ. Разобрать и сравнить эти 4 способа умѣстно именно теперь, такъ какъ, во-первыхъ, это для дѣтей посильно, а, во-вторыхъ, это даетъ возможность въ слѣдующемъ предѣлѣ, т.-е. въ предѣлѣ чиселъ выше тысячи, заняться выработкой, главнымъ образомъ, письменнаго механическаго вычисленія.

54. Сложение безъ превращенія. Оно одинаково легко производится какъ устно, такъ и письменно, и на счетахъ. При устномъ вычисленіи и при прикладываніи на счетахъ дѣти начинаютъ съ сотенъ, сами, безъ всякаго наведенія: они привыкли къ этому на всѣхъ своихъ предшествующихъ занятіяхъ.

Но обращаясь къ письменному сложению, они, во-первыхъ, опять-таки по привычкѣ, записываютъ числа въ строку. Дѣло учителя сказать, что числа можно записывать такъ, чтобы единицы стояли подъ единицами, десятки подъ десятками и сотни подъ сотнями. Затѣмъ, дѣти складывать начинаютъ съ сотенъ; это надо допустить, пусть найдутъ отвѣтъ. Но когда отвѣтъ найденъ, то надо спросить: „Не сложить ли кто-нибудь, начиная съ единицъ?“ Складываютъ. „Не ссумѣетъ ли кто нибудь сложить, начиная съ десятковъ?“ Складываютъ. Получается важный выводъ: сложение можно начинать и съ сотенъ, и съ десятковъ, и съ единицъ. Этотъ выводъ долженъ быть всѣми хорошо понять.

55. Устное сложение (съ превращеніемъ). Устно складывать трехзначныя числа не легко. Первое препятствіе то, что ихъ трудно запоминать. Поэтому надо выбирать такіе примѣры, которые легко запоминаются, вродѣ $116 + 116$ или $250 + 250$. При трудныхъ же примѣрахъ, которые все-таки лучше бы отложить до послѣдующаго

времени, надо дозволить записывать данные числа, чтобы, смотря на записанные цифры, легче было находить отвѣтъ. Второе препятствіе—это превращеніе десятковъ въ сотни. Вспомогательнымъ средствомъ въ этомъ случаѣ является рѣшеніе примѣровъ на сложеніе полныхъ десятковъ ($80 + 90$, $70 + 70$ и т. п.). Эти примѣры содержатъ въ себѣ, въ выдѣленномъ видѣ, всю ту трудность, которая, въ скрытомъ видѣ, представляется при сложеніи трехзначныхъ чиселъ.

Объяснять устное сложеніе можно такъ (примѣръ $252 + 252$): „200 да 200—400, 50 да 50—100, 2 да 2—4, всего 504“. Или еще: „252 да 200—452, да 50—502, да 2—504“.

56. Письменное сложеніе (съ превращеніемъ). Дается сложить 2 числа: $148 + 148$. Числа записываются одно подъ другимъ; подъ ними проводится черта; слѣва ставится знакъ. „Начни складывать!“ — „1 сотня да 1 сотня—2 сотни“. Пишутъ подъ сотнями 2. „Дальше!“—„4 десятка да 4 десятка—8 десятковъ“. Пишутъ 8 подъ десятками. „Дальше!“—„8 единицъ да 8 единицъ—16 единицъ“. Наглядно выясняется, что въ числѣ 16 содержится 6 единицъ, а остальные единицы составляютъ десятокъ. „Что же дѣлать съ этимъ новымъ десяткомъ?“ — „Прибавить къ прежнимъ 8 десяткамъ“. Стираютъ или зачеркиваютъ 8 и пишутъ вмѣсто того 9. „Хорошо ли стирать или зачеркивать?“ — „Нѣтъ, нехорошо“.

Рѣшаютъ этотъ же примѣръ, начиная сложеніе съ единицъ. „5 да 8—13“. Учитель говоритъ: „3 пишите подъ единицами, а 1 десятокъ поставьте надъ десятками“. Доканчиваютъ вычисленіе. „Приходилось ли теперь стирать цифры?“ „Значитъ, съ чего лучше начинать сложеніе: съ единицъ или съ сотенъ?“, „Почему?“

Продѣлываютъ обоими способами, т.-е. начиная съ сотенъ и съ единицъ, еще примѣръ: $216 + 328$. Выводъ „сложеніе лучше начинать съ единицъ“ запоминается. Чтобы онъ былъ для дѣтей вполне яснымъ, необходимо и на послѣдующихъ урокахъ изрѣдка продѣлывать сложеніе обоими способами.

Согласно полученному выводу, дѣти упражняются въ вычисленіи болѣе трудныхъ суммъ. Примѣръ: $456 + 458$. Объясненіе: „6 да 8—14, 1 десятокъ да 5 десятковъ да 5 десятковъ—11 десятковъ, 1 сотня да 4 сотни да 4 сотни—9 сотенъ, всего 914“. Такого краткаго объясненія вполне возможно требовать отъ дѣтей къ тому времени, какъ они поймутъ хорошо порядокъ сложенія.

До тѣхъ же поръ нельзя обойтись иногда безъ вспомогательныхъ вопросовъ, въ родѣ „сколько сотенъ въ 11 десяткахъ?“ „Что подпишете подъ десятками?“ „Гдѣ отмѣтите полученную сотню?“ Но надо стремиться всѣми силами именно къ связному объясненію, и поэтому слѣдуетъ остерегаться лишнихъ наводящихъ вопросовъ.

За сложеніемъ двухъ слагаемыхъ идетъ сложеніе нѣсколькихъ.

Ученики съ трудомъ привыкаютъ къ тому, чтобы не забывать приложить десятки или сотни, полученные отъ сложенія единицъ или десятковъ. Учителю съ самаго начала надо имѣть это въ виду.

57. Упражненія на счетахъ. Предварительно надо повторить съ дѣтьми, какъ производится на счетахъ обращеніе 10 единицъ въ десятокъ и 10 десятковъ въ сотню. Затѣмъ идетъ такая беседа. „Положите на счетахъ 9!“ „Если къ 9 приложить еще 9, то сколько будетъ?“ — „18“. „Эти 18 можно получить вотъ какъ: приложить къ 9 не 9, а 10; а потомъ что сдѣлать?“ — „Скинуть съ 19 одну“. — „Значить, какъ же приложить 9?“ — „Надо приложить 10 и скинуть одну“. Далѣе послѣдовательно складываютъ: $18 + 9$, $27 + 9$, $36 + 9$ и т. д. до 90, при чемъ въ нѣкоторыхъ примѣрахъ учитель требуетъ объясненія. Вспоминаютъ старое правило: „какъ только наберется десять косточекъ, такъ ихъ надо скинуть, а взамѣнъ ихъ положить 1 косточку на слѣдующей проволоцѣ“.

Такимъ же образомъ можно пройти счетъ по 8 до 80. Остановившись на этомъ числѣ, принимаемъ его за слагаемое и ведемъ присчитываніе по 80. Подобно тому, какъ клали 8 единицъ, ученики кладутъ и 8 десятковъ, т.-е., положивши сотню, скидываютъ 2 десятка. Если они не догадаются сдѣлать такъ, то можно сослаться на единицы. Счетъ по 80 продолжается, напримѣръ, до 960.

Сложеніе подобныхъ одинаковыхъ чиселъ скорѣе всего привести къ умѣнью класть на счетахъ. Дѣйствительно, при такой работѣ главное затрудненіе, вродѣ прикладыванія 9-ти или 80-ти, объясняется хорошо, благодаря многократному повторенію; а стоитъ только на одномъ примѣрѣ понять, какъ это дѣлается, и тогда другіе примѣры не будутъ затруднять. Рядъ послѣдующихъ выкладокъ можетъ быть таковъ: счетъ по 16, по 94, по 137, по $18\frac{1}{2}$, по $119\frac{1}{4}$. Напрактиковавшись въ такомъ счетѣ, можно уже при-

ступить и къ задачамъ, гдѣ требуется подводить разнообразныя итоги.

58. Округленіе слагаемыхъ. Способъ округленія годится преимущественно для устнаго счета и заключается въ слѣдующемъ. Въмѣсто того, чтобы прикладывать число, близкое къ полнымъ сотнямъ, мы прикладываемъ полныя сотни и потомъ сбрасываемъ лишнія единицы. Напр., чтобы приложить 299 къ 666, прикладываемъ 300 къ 666, а отъ полученной суммы 966 отнимаемъ единицу. Чтобы этотъ способъ примѣнялся съ успѣхомъ, надо, чтобы ученики понимали, на сколько 299 отстоитъ отъ 300, 198 отъ 200 и т. п. Поэтому, передъ примѣненіемъ такого способа, надо продолжать примѣры на обратный счетъ: 100 — 1, 200 — 2, 300 — 3, 300 — 2 и т. п. Начать объясненіе легче всего будетъ съ задачи. Беремъ такую: „Хозяинъ купилъ муки на 3 р. 50 к. и крупы на 99 к. Сколько онъ отдалъ за все?“ „Мы прибавимъ къ 350 не 99, а сразу сколько?“ Если дѣти не догадаются, то можно спросить, къ какому легкому, или круглому, числу близко 99. Затѣмъ лишекъ сбрасывается.

Вычитаніе.

59. Случаи и способы вычитанія. При вычитаніи можно назвать слѣдующіе 5 случаевъ: а) вычитаніе безъ заниманія, напр. 442—211; б) вычитаніе съ заниманіемъ одного десятка: 442—218; в) съ заниманіемъ сотни: 442—281; д) съ заниманіемъ и десятка и сотни: 442 — 257; е) когда единицъ или десятковъ въ уменьшаемомъ нѣтъ: 405 — 382, 450 — 382.

Подобно сложенію, вычитаніе допускаетъ слѣдующіе способы: а) устный, б) письменный, в) на счетахъ, д) при помощи округленія того числа, которое отнимаемъ. Всѣ эти способы необходимо сравнить другъ съ другомъ.

60. Вычитаніе безъ заниманія. При устномъ вычисленіи и при отниманіи на счетахъ дѣти примѣняютъ ту же послѣдовательность, какой они пользовались въ предѣлѣ 100, т.-е. начинаютъ дѣйствіе съ сотенъ. При письменномъ вычитаніи нѣкоторые примѣры полезно продолжать, начиная съ сотенъ, а нѣкоторые—начиная съ единицъ. Это приведетъ къ выводу, что вычитаніе можно начинать и съ сотенъ и съ единицъ (и даже съ десятковъ).

Что числа можно подписывать одно подъ другимъ, а не только

въ строку, про это стоитъ только намекнуть; въ крайнемъ случаѣ, можно напомнить про то, какъ писали въ сложеніи.

61. Устное вычитаніе (съ заниманіемъ). Такъ какъ запоминать трехзначныя числа не легко, то для устнаго вычитанія надо давать числа, которыя удобны для запоминанія, въ родѣ 500—480; или же данныя числа надо записывать. Но при всемъ томъ, едва ли возможно достигнуть такого успѣха, чтобы дѣти могли вычитать любое трехзначное число устно. На это можно разсчитывать развѣ въ слѣдующемъ предѣлѣ, т.-е. въ предѣлѣ чиселъ выше 1000. Теперь же достаточно ограничиться при устномъ счетѣ полными сотнями, полными десятками или же числами, близкими къ полнымъ сотнямъ.

Самое важное устное упражненіе,—это вычитаніе десятковъ изъ десятковъ съ заниманіемъ сотни. Оно очень необходимо и для письменнаго вычитанія. Примѣры: 120—40, 170—80, 180—90 и т. д.

Наглядно (на соломѣ или гривенникахъ) указывается, что въ подобныхъ случаяхъ надо сотню обратить въ десятки (сотенный соломённый пучокъ развязать, а рубль размѣнять) и приложивъ имѣющіеся десятки, вычитать десятки изъ десятковъ (напр., у насъ 9 дес. изъ 18 дес.).

Объяснять устное вычитаніе (примѣръ: 750—125) легче всего такъ: „отъ 750 отнять 100, будетъ 650; отъ полученнаго отнять 20, будетъ 630; отъ полученнаго отнять 5, будетъ 625“. Изъ этого видно, каковъ долженъ быть рядъ примѣровъ, подготовляющихъ къ устному вычитанію. Онъ долженъ содержать въ себѣ вычитаніе полныхъ сотенъ изъ трехзначныхъ чиселъ, потомъ вычитаніе полныхъ десятковъ и наконецъ единицъ. И только тогда, когда дѣти поймутъ подобныя отдѣльныя вычитанія, можно давать имъ устное вычитаніе трехзначныхъ чиселъ.

62. Письменное вычитаніе (съ заниманіемъ). Беремъ примѣръ: 335—116. Числа записываются одно подъ другимъ, подъ ними проводится черта, а слѣва ставится знакъ вычитанія. Сперва производятъ дѣйствіе, начиная съ сотенъ, и говорится такъ: „3 сотни безъ 1 с., будетъ 2 с., ихъ пишемъ подъ сотнями; отъ 3 дес. отнять 1 дес., останется 2 дес., ихъ пишемъ подъ десятками; отъ 5 ед. 6 ед. отнять нельзя, поэтому беремъ одинъ изъ оставшихся десятковъ; 6 изъ 15, будетъ 9; 9 подписываемъ подъ единицами, а вмѣсто 2 дес. ставимъ 1 дес.; всего въ остаткѣ получилось 219“.

Ученики рѣшаютъ этотъ же примѣръ, начиная съ единицъ. „Отнимите отъ 335 копеекъ 116 копеекъ!“ „Сколько въ 335 копейкахъ рублей, гривенниковъ и копеекъ?“ — „3 рубля, 3 гривенника и 5 копеекъ“ Такъ же разлагаютъ и 116 копеекъ: получается 1 рубль, 1 гривенникъ и 6 копеекъ. „Начните вычитаніе съ единицъ!“ — „6 изъ 5 вычестъ нельзя“. — „Значитъ ли это, что 6 коп. нельзя совсѣмъ отнять отъ 335 коп.“ — „Нѣтъ, надо взять 1 гривенникъ; 6 изъ 15, будетъ 9“. — „Слушайте: чтобы не забыть, что вы одинъ десятокъ взяли, надъ десятками ставять точку“. Правило относительно точки повторяется нѣсколько разъ, такъ какъ дѣти часто забываютъ ее ставить, особенно въ первое время. Объясненіе доканчивается. Выводъ: „вычитаніе, какъ и сложеніе, лучше начинать съ единицъ: тогда не приходится перечеркивать цифръ“. Чтобы этотъ выводъ былъ усвоенъ вполне сознательно, надо отъ времени до времени продѣлывать примѣры и тѣмъ и другимъ порядкомъ.

Когда ученики поймутъ порядокъ занятія, можно будетъ обратиться и къ болѣе труднымъ примѣрамъ; во-первыхъ, къ такимъ, гдѣ занимать надо и у десятковъ и у сотенъ: $442 - 257$. Объясненіе: „7 изъ 12 = 5; 5 дес. изъ 13 дес. = 8 дес.; 2 сотни изъ 3 сот. = 1 с.; всего 187“. Къ такому объясненію учитель долженъ приводить дѣтей, съ тѣмъ, чтобы они могли излагать его связно, притомъ самостоятельно, безъ вопросовъ. Но чтобы довести до умѣнья такъ объяснять, придется, конечно, нерѣдко пользоваться вспомогательными вопросами. Особенно важны среди нихъ такіе: „почему вы (въ предыдущемъ примѣрѣ) вычитаете изъ 3 сотенъ, а не изъ 4-хъ?“ — „Мы одну сотню обратили въ десятки“. — „Изъ сколькихъ десятковъ вы вычитали 5 дес.?“

Во-вторыхъ, къ труднымъ примѣрамъ принадлежатъ тѣ, въ которыхъ нѣтъ единицъ или десятковъ. Рассмотримъ вычитаніе 372 изъ 390 . „2 изъ 10 = 8; 7 дес. изъ 8 дес. = 1 дес.; сотенъ не будетъ; всего въ остаткѣ 18“.

Что касается того случая, когда уменьшаемое состоитъ изъ полныхъ сотенъ, напр. $500 - 378$, то подобное дѣйствіе лучше предоставить пока устному счету. Дѣти не настолько еще вникли въ приемы вычитанія трехзначныхъ чиселъ, чтобы вполне себѣ уяснить, почему послѣдній нуль, при занятіи, замѣняетъ 10 единицъ, а предпослѣдній — 9. Механически это запомнить легко; но тѣмъ и вреднѣе, чѣмъ легче; дѣйствительно, этотъ приемъ мо-

жетъ быть скоро и твердо удержанъ памятью, слѣдовательно, для дѣтей не будетъ нужды выводить его и вдумываться, почему онъ такой, а не иной. А если это такъ, то, значить, этотъ приемъ усвоенъ безсознательно, безсознательнаго же усвоенія обученіе ариметикѣ не терпитъ.

63. Упражненія на счетахъ. Вычитаніе на счетахъ съ удобствомъ разрабатывается въ той же самой системѣ, какъ и сложеніе. Сперва можно объяснить, какъ отнимается 9 единицъ: скидывается десятокъ и прибавляется единица. Идетъ рядъ примѣровъ на послѣдовательное отніманіе 9-ти, а также и 8-ми или 7-ми. Такимъ же образомъ изучается способъ, какъ отнять 90: достаточно отнять сотню и прибавить десятокъ. Способъ этотъ усваивается на нѣсколькихъ примѣрахъ.

Отдѣльно объяснивши, какъ отнимаются единицы и какъ десятки, приступаемъ къ вычитанію двузначныхъ чиселъ, затѣмъ трехзначныхъ, наконецъ чиселъ, содержащихъ доли (половину и четверть). Умѣнье вычитать на счетахъ скорѣе всего приобрѣтается послѣдовательнымъ вычитаніемъ одного и того же числа, подобно тому, какъ это было указано при сложеніи.

64. Округленіе вычитаемаго. Оно примѣнимо къ устному счету. вмѣсто того, чтобы устно отнимать число, близкое къ полнымъ сотнямъ, отнимаемъ прямо полныя сотни, а потомъ прибавляемъ къ остатку излишне отнятое. Такъ, вычитаніе 198 изъ 500 можно замѣнить вычитаніемъ 200 изъ 500 и прибавленіемъ къ остатку (300) излишне отнятыхъ двухъ единицъ.

Приемъ этотъ находится въ связи съ тѣмъ, какой употребляется при вычитаніи на счетахъ: тамъ тоже, вмѣсто того, чтобы отнимать, напр. 9, отнимають 10, а къ полученному остатку придаютъ единицу.

Объяснить округленіе вычитаемаго можно наглядно или на задачахъ. „Возьми въ руки 200 соломинокъ!“ Беретъ 2 сотенныхъ пучка. „Теперь дай мнѣ изъ нихъ 98!“ Тотъ затрудняется, такъ какъ сотенные пучки перевязаны; подаетъ цѣлую сотню. „Сколько у тебя осталось?“—„Сколько лишнихъ соломинокъ ты мнѣ далъ?“ „Вотъ я тебѣ возвращаю эти 2 соломинки. Сколько у тебя всего въ остаткѣ?“—„Значить, какъ же отнять 98?“—„Надо отнять 100 и прибавить 2“.—Если же выяснять это на задачѣ, то можно предположить, что кто-нибудь долженъ уплатить 98 коп.; онъ даетъ рубль, а ему возвращають 2 коп. сдачи.

У м н о ж е н і е.

65. Случаи и способы умноженія. Въ предѣлѣ 1000 представляются такіе случаи этого дѣйствія: а) умноженіе полныхъ сотенъ и полныхъ десятковъ на однозначное число: 200×3 , 80×9 ; б) умноженіе трехзначнаго числа на однозначное безъ превращенія единицъ въ десятки или десятковъ въ сотни: 322×3 ; в) умноженіе съ превращеніемъ: 369×2 ; д) умноженіе на полные десятки: 32×10 , 32×30 ; е) на двузначное число: 25×24 ; ф) на трехзначное число: 5×126 .

Изъ способовъ мы укажемъ слѣдующіе: а) устный, б) письменный, в) способ округленія. — Умноженіе (а потомъ и дѣленіе) на счетахъ разбирать не будемъ: они гораздо менѣе примѣнны, чѣмъ сложеніе и вычитаніе, и менѣе доступны для объясненія, да и времени на то, чтобы ихъ пройти, начальная школа удѣлять не въ состояніи.

66. Повтореніе таблицы умноженія. Такъ какъ самостоятельныя работы обыкновенно нѣсколько отстаютъ сравнительно съ тѣмъ, что разрабатывается съ учителемъ, то, когда уже учитель началъ предѣлѣ тысячи, на самостоятельныхъ работахъ повторяются еще дѣйствія въ пред. 100. При этомъ дѣтямъ много разъ приходится вспоминать таблицу умноженія. Слѣд., постепенное усвоеніе ея идетъ безъ перерыва. Теперь пора покончить съ этимъ усвоеніемъ и пора потребовать отъ дѣтей твердаго знанія таблицы. Къ этому, кромѣ прямого заучиванія, ведетъ еще частое записываніе трудныхъ результатовъ: 6×7 , 7×8 , 9×6 , 9×7 .

Повторяя таблицу, надо озаботиться еще разъ, чтобы множимое не смѣшивалось съ множителемъ. Въ случаѣ нужды, опять надо подтвердить на предметахъ, что, напр., 5×7 обозначаетъ „7 пятковъ“, а не „5 семерокъ“ или „5 взять 7 разъ“, а не „7 взять 5 разъ“.

67. Умноженіе полныхъ десятковъ на однозначное число. Оно имѣетъ такое же значеніе для предѣла тысячи, какое таблица умноженія для предѣла сотни. Самый трудный разрядъ при умноженіи трехзначныхъ чиселъ — десятки: дѣйствительно, обращаться съ единицами дѣти уже умѣютъ, а сотни даютъ въ произведеніи немного, не болѣе десяти, иначе отвѣтъ выйдетъ за пред. тысячи. На устномъ счетѣ надо продѣлать не мало примѣровъ, въ родѣ 60×6 ,

70×8 , 80×9 и т. п. Наведеніе въ этомъ случаѣ должно состоять въ томъ, что 60 замѣняется 6-ю десятками, 70 — 7-ю десятками и т. д., слѣд. вычисленіе приводится къ умноженію 6 на 6, 7 на 7 и т. д. И всегда такая замѣна сложныхъ единицъ простыми существенно облегчаетъ дѣло; напр., въ случаѣ сотенъ, двѣсти замѣняется, если нужно, черезъ 2 сотни, триста — черезъ 3 сотни и т. д.

68. Умноженіе трехзначныхъ чиселъ на однозначныя. Устно оно начинается съ высшихъ разрядовъ. Примѣръ: 125×5 . Объясняется такъ: „100 взять 5 разъ, будетъ 500; 20 взять 5 разъ, будетъ 100; 5 взять 5 разъ, будетъ 25; всего 625“. Для устнаго вычисленія пригодны, особенно въ первое время, лишь болѣе легкіе примѣры, которые безъ труда запоминаются, напр. состоящіе изъ полныхъ сотенъ или сотенъ съ десятками; помочь запоминанію можно записываніемъ данныхъ чиселъ.

Для письменнаго умноженія беремъ сперва тѣ примѣры, въ которыхъ не требуется единицы обращать въ десятки или десятки въ сотни. На нихъ мы выводимъ, что дѣйствіе можно начинать не только съ сотенъ, но и съ десятковъ и съ единицъ. Такое заключеніе не будетъ неожиданнымъ для дѣтей: они его уже встрѣчали при сложении и вычитаніи. Поэтому, объясненіе подобныхъ примѣровъ дѣти могутъ провести почти самостоятельно, лишь съ небольшою помощью учителя.

Точно такъ же, почти самостоятельно, они получаютъ правило, что письменное умноженіе, въ случаѣ обращенія единицъ въ десятки и десятковъ въ сотни, лучше начинать съ единицъ, а не съ сотенъ. Берется примѣръ: 116×6 . Начиная умноженіе съ сотенъ, мы дѣлаемъ такъ: 1 сотню взять 6 разъ, будетъ 6 сот., ихъ пишемъ подъ сотнями; 1 дес. взять 6 разъ, будетъ 6 дес., пишемъ подъ десятками, 6 взять 6 разъ будетъ 36; 6 единицъ пишемъ подъ единицами, а 3 дес. надо прибавить къ полученнымъ ранѣе 6 десяткамъ; для этого надо цифру 6 замѣнить цифрой 9. Если же начать умноженіе съ единицъ, то объясненіе ведемъ такое: „6 взять 6 разъ, будетъ 36, 6 пишемъ подъ единицами, 3 дес. держимъ въ умѣ; 1 дес. взять 6 разъ, будетъ 6 дес., да 3 дес., полученные отъ единицъ, всего 9 дес., ихъ пишемъ подъ десятками; 1 сотню взять 6 разъ, будетъ 6 сотенъ, пишемъ 6 подъ сотнями; всего 696“. Подобное длинное объясненіе уместно только на первыхъ урокахъ умноженія. Когда же дѣти достаточно вникнуть въ смыслъ дѣйствія, тогда они, опуская подробности, могутъ кратко (но непре-

мѣнно связно, безъ вопросовъ и перерывовъ со стороны учителя) говорить такъ: „6 взять 6 разъ, будетъ 36; 1 дес. взять 6 разъ, будетъ 6 дес.; да 3 дес., всего 9 дес.; 1 сотню взять 6 разъ, будетъ 6 сотенъ; всего 696“. Излагая объясненіе, они, конечно, одновременно записываютъ получающіяся цифры. Письменно вычисленіе лучше всего располагать общепринятымъ порядкомъ, который удерживается потомъ и при многозначномъ множителѣ:

$$\begin{array}{r} 116 \\ \times 6 \\ \hline 696 \end{array}$$

Болѣе трудными примѣрами являются тѣ, въ которыхъ надо превращать и единицы въ десятки и десятки въ сотни (369×2). Сбиваются иногда дѣти и при такихъ множимыхъ, въ которыхъ нѣтъ единицъ или десятковъ: 180×4 , 108×4 ; но подобныя вычисленія можно производить устно; объяснять же ихъ при письменномъ производствѣ лучше всего такъ (примѣръ 180×4): „8 дес. взять 4 раза, будетъ 32 дес.; 1 сотню взять 4 раза, будетъ 4 сотни; да 3 сотни изъ десятковъ, всего 7 сотенъ; всего въ отвѣтъ 720“. Какъ видно, про нуль тутъ не упомянуто ничего; да и не можетъ быть никакого умноженія нуля; нуль показываетъ, что единицъ нѣтъ во множимомъ, нечего умножать, слѣд. нѣтъ и дѣйствія.

69. Округленіе множимаго. При устномъ умноженіи чиселъ, близкихъ къ полнымъ сотнямъ, очень полезно бываетъ замѣнять подобныя числа полными сотнями. Такъ, пусть дана задача: „Сколько надо заплатить за 4 аршина матеріи, по 1 р. 95 к. аршинъ?“ Учитель объясняетъ пріемъ такъ: „Къ какому круглому числу близко 195?“ „Положимъ, что за арш. брали не 1 руб. 95 коп., а сколько?“ — „2 р.“ — „Сколько надо бы заплатить тогда за 4 арш.“ — „8 р.“ — „На самомъ дѣлѣ платили не по 2 р., а менѣе, слѣд. получили съ 2 р. скидку; сколько скидки получили съ аршина?“ „Съ 4 арш.“ „Сколько же заплатили за 4 арш., по 1 р. 95 к. аршинъ?“

70. Умноженіе на 10 и на 100. Умноженіе на 10 и на 100, равно какъ и послѣдующее умноженіе на полные десятки, принадлежитъ къ числу трудныхъ отдѣловъ, притомъ трудныхъ не столько для учениковъ, сколько для учителя. Ученикамъ легко запомнить готовое правило, въ родѣ: „Умножь на значащую цифру и припиши нуль“, но учителю надо примѣнить большую осторожность

и искусство, чтобы подобное правило было усвоено не механически, а сознательно. Такъ какъ этотъ случай умноженія въ пред. 1000 выполнѣ допускаетъ устное вычисленіе, то и объясненія сперва должны быть примѣнены къ устному счету и не должны въ этомъ случаѣ содержать въ себѣ приписыванія нулей, которое неумѣстно при устномъ счетѣ.

Располагаемъ примѣры въ строгой постепенности: а) Умноженіе однозн. чиселъ на 10 было пройдено въ предѣлѣ 100; теперь его можно повторить; также необходимо подтвердить, что $10 \times 10 = 100$. б) Умноженіе полныхъ десятковъ на 10, напр. 30×10 . Объясненіе: 1 десятокъ взять 10 разъ, будетъ сто, да другой десятокъ взять 10 разъ, будетъ 100, да третій взять 10 разъ, будетъ 100, всего 300, слѣд. $30 \times 10 = 300$. в) Умноженіе двузначныхъ чиселъ на 10, напр. 36×10 . Объясненіе: „30 взять 10 разъ будетъ 300, да 6 взять 10 разъ, будетъ 60, всего 360“. д) Умноженіе однозн. числа на 100: „чтобы 3 взять 100 разъ, беремъ 1-ую единицу 100 разъ, получаемъ 100, беремъ вторую 100 разъ, получаемъ 100, беремъ 3-ю 100 разъ, получаемъ 100, всего получимъ 300“. Для большей ясности можно пользоваться задачами. Такъ для послѣдняго случая годится такая задача: „Сотнѣ солдатъ розданы пули. Каждый получилъ 3 штуки. Сколько получили всѣ?“ Объясненіе такое: „если каждому солдату дать по пулѣ, то надо выдать 100 пулъ; по другой — 100, по 3-ей — 100; всего 300“.

71. Умноженіе на полные десятки. Разберемъ это дѣйствіе въ слѣдующемъ порядкѣ: а) умноженіе однозн. числа на полные десятки: 9×40 . Чтобы 9 взять 40 разъ, беремъ 9 сперва 10 разъ, получимъ 90, или 9 дес., потомъ опять 9 беремъ 10 разъ, получимъ 90, или 9 дес., потомъ опять получимъ 9 дес., и наконецъ опять получимъ 9 дес.; всего 36 дес., или 360. б) Умноженіе 10-ти на полные десятки. Чтобы 10 взять, напр., 30 разъ, надо 10 взять сперва 10 разъ, получится 100, или 10 десятковъ, потомъ еще 10 разъ и еще 10 разъ; всего получится 30 десятковъ, или 300. в) Умноженіе полныхъ десятковъ на полные десятки: 40×20 . Для этого 40 беремъ 10 разъ, будетъ 400, или 40 дес., потомъ еще 10 разъ, будетъ тоже 400, или 40 дес.; всего 80 дес., или 800. д) Умноженіе двузначнаго числа на полные десятки: 24×20 ; если 24 взять 10 разъ, то будетъ 240, или 24 дес., да если еще 24 взять 10 разъ, то получимъ опять 24 дес.; всего 48 дес., или 480.

Только продѣлавши подобныя устные упражненія и основательно уяснивъ порядокъ умноженія на полныя десятки, можно заняться правиломъ письменнаго производства этого дѣйствія.

Для вывода беремъ, напр., 24×20 . Сосчитавши устно, ученики отвѣтятъ: 480, или 48 дес. Необходимо непременно получить и второй отвѣтъ, т.-е. 48 дес. „Напишите 48!“ „Какъ обозначить, что это 48 десятковъ?“—„Приписать справа нуль“.—„Отъ какого дѣйствія получилось число 48?“—„ $24 \div 24 = 48$, или $24 \times 2 = 48$ “. „Слѣдоват., чтобы изъ 24 получить 480, что надо сдѣлать письменно?“—„24 взять два раза и къ полученному приписать справа нуль“.

72. Умноженіе двузначнаго числа на двузначное. Нормальный приемъ этого дѣйствія извѣстенъ дѣтямъ, такъ какъ въ пред. 100 имъ представлялись случаи умножать однозначное число на двузначное. Согласно нормальному приему, чтобы вычислить, напр., 24×25 , слѣдуетъ 24 взять сначала 20 разъ, будетъ 48 дес., или 480, а затѣмъ 24 взять 5 разъ, будетъ 120; весь отвѣтъ составить 600. Этотъ приемъ повторяется въ пред. 1000 на рядѣ примѣровъ. Если бы дѣти стали спутывать порядокъ вычисленія, то пришлось бы обратиться къ подходящимъ задачамъ: „Ск. стоятъ 25 фунтовъ стеариновыхъ свѣчъ, по 24 коп. за фунтъ?“ „Вы сперва сосчитайте не про всѣ 25 фунтовъ, а про сколько?“—„Про 20“.—„А потомъ ужъ сосчитайте и про остальные 5 фунтовъ“. „Повторите же, про сколько фунтовъ сосчитать сперва и про сколько потомъ?“ Такими вопросами будетъ установленъ порядокъ, по которому сперва надо умножать на десятки, а потомъ на единицы.

Значительная часть примѣровъ, относящихся къ умноженію двузначнаго числа на двузначное въ пред. 1000, можетъ быть рѣшена устно. Въ записываніи каждый разъ нуждаются только 2 отдѣльных произведенія, именно произведеніе на десятки и на единицы множителя. Примѣръ: 28×32 . Устно вычисляемъ 28×30 и подписываемъ 840; затѣмъ устно же находимъ 28×2 и подписываемъ 56. Все вычисленіе представится въ такомъ видѣ:

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 32 \\ \hline 840 \\ 56 \\ \hline 896 \end{array}$$

Нуля у 840 можно при послѣдующихъ примѣрахъ не писать, а вмѣсто

того объяснить дѣтямъ, что 4 и безъ нуля обозначаетъ десятки, такъ какъ стоитъ подъ десятками, а 8 все равно обозначаетъ сотни, такъ какъ стоитъ подъ сотнями. Послѣ этого можно предоставить дѣтямъ на выборъ, писать нуль или не писать: кто какъ хочетъ. Это несущественная подробность въ томъ предѣлѣ, который мы разсматриваемъ. И всѣ такія мелкія подробности, не имѣющія для себя твердаго основанія, но вводимыя лишь для удобства, гораздо лучше предоставлять выбору учащихся: пусть они отличаютъ существенное отъ несущественнаго, пусть привыкаютъ проявлять свою самостоятельность въ выборѣ приемовъ и пусть, наконецъ, стараются придумывать свои способы.

Итакъ, предыдущій примѣръ 28×32 мы рѣшили устно, высчитавши устно 28×30 и 28×2 ; записали только 2 произведенія, 840 и 56, потомъ сложили ихъ. [Полезно показать, что эти 2 произведенія можно найти и записать и въ обратной послѣдовательности: $28 \times 2 = 56$, $28 \times 30 = 840$]. Подобный порядокъ слѣдуетъ признать лучшимъ въ пред. 1000. Во-первыхъ, онъ даетъ дѣтямъ не мало посильнаго матеріала для устнаго счета. Во-вторыхъ, послѣдующій переходъ къ обыкновенному, механическому письменному умноженію можетъ принести вредъ. Обыкновенное письменное умноженіе производится такъ: 28 (въ предыд. примѣрѣ) умножается на 2, для этого сперва 8 умножается на 2, а потомъ 2 дес.; далѣе 28 умножается на 3 дес., для этого сперва 8 умножается на 3, потомъ 2 дес. умножаются на 3; однимъ словомъ, здѣсь 28 умножается на 2 и на 30 не устно цѣликомъ, а письменно по разрядамъ.

Такъ вотъ къ подобному письменному приему дѣти привыкаютъ не скоро. Они впадаютъ даже въ такую ошибку: десятки помножаютъ на десятки, единицы на единицы, затѣмъ оба отвѣта складываютъ; и это понятно: подобный ходъ существуетъ въ сложеніи и вычитаніи; дѣти думаютъ, что онъ же приложимъ и къ умноженію. Если учитель будетъ настаивать на письменномъ способѣ, то правило этого способа запомнится, конечно, безъ особаго труда. Но причина ошибокъ можетъ остаться неясной для дѣтей. А это вредно. Въ виду всего сказаннаго, вполне умѣстно отложить механическое умноженіе до слѣдующаго предѣла, а теперь пока по-двинуться на ту степень, чтобы умножать сперва на единицы множителя, а потомъ уже и на его десятки.

73. Умноженіе однозначнаго числа на трехзначное. Если

умноженіе трехзначнаго числа на однозначное пройдено хорошо (§§ 74 и 75), то обратное умноженіе доступно настолько, что его прямо можно дать для самостоятельной работы. Расположеніе дѣйствія таково:

$$\begin{array}{r} \times 6 \\ 116 \\ \hline 696 \end{array}$$

При этомъ нѣтъ никакой ни пользы, ни нужды въ томъ, чтобы переставлять производители. Совершенно безразлично, пишутся ли тѣ или другія цифры выше или ниже, равно какъ безразлично, напр., берется ли 6 100 разъ или 100 6 разъ.

Дѣленіе.

74. Случаи и способы дѣленія. Случаи дѣленія идутъ въ такой послѣдовательности: а) дѣленіе на однозначное число, когда всѣ разряды дѣлимаго прямо дѣлятся на дѣлителя; б) дѣленіе на однозн. число, когда сотни приходится раздроблять въ десятки, а десятки въ единицы; в) дѣленіе на полные десятки; д) на двузначное число; е) на трехзначное число.

Способы дѣленія соотвѣтствуютъ тѣмъ, какіе были взяты для умноженія, это: а) устный, б) письменный и в) способ округленія дѣлимаго.

75. Дѣленіе на однозначное число. Оно совершается точно такъ же, какъ и въ предѣлѣ 100. Нѣтъ нужды располагать дѣйствіе столбцомъ, т.-е. подписывать подъ дѣлимымъ тѣ числа, которыя мы изъ него вычитаемъ: такъ какъ вычисленіе идетъ въ пред. 1000, то дѣлить можно или совершенно устно, или же записывая данныя числа и искомое строкой. Примѣръ: $625 : 5 = 125$, дѣйствіе такъ и записывается строкой.

Наиболѣе легкую работу представляютъ тѣ примѣры, гдѣ нѣтъ раздробленія сотенъ въ десятки и десятковъ въ единицы: $888 : 4$, $468 : 2$ и т. п., здѣсь количество единицъ каждаго разряда прямо дѣлится на дѣлителя. На подобныхъ примѣрахъ повторены будутъ свойства, уже знакомыя дѣтямъ: а) дѣленіе начинается съ высшаго разряда, б) при дѣленіи постепенно надо узнавать, сколько въ отвѣтѣ вышнихъ единицъ (здѣсь сотенъ), затѣмъ сколько слѣдующихъ, т.-е. десятковъ, и т. д.

Слѣдующую ступень на пути усложненія образуютъ тѣ примѣры, гдѣ десятки необходимо раздроблять въ единицы. Возьмемъ дѣленіе 575 на 5. Здѣсь количество сотенъ прямо дѣлится на 5, поэтому дѣтямъ легко высчитать, сколько сотенъ будетъ содержаться въ отвѣтѣ. Остается раздѣлить 75 на 5. Но это дѣйствіе извѣстно уже изъ предѣла сотни. Всѣ примѣры, подобные $575 : 5$, могутъ быть вполне рѣшены устно. Затрудненія начинаются лишь съ того случая, когда раздроблять нужно бываетъ не десятки, а сотни. Разберемъ дѣленіе 728 на 4. „Ск. сотенъ мы раздѣлимъ на 4?“ — „4“. Если бы дѣти указали, вмѣсто 4, семь, то можно возразить на это, что отъ семи получается остатокъ, а взять слѣдовало такое число, которое дѣлится на 4 безъ остатка. „Сколько сотенъ въ остаткѣ?“ — „3“. — „3 сотни вмѣстѣ съ 2 десятками что составятъ?“ — „32 десятка“. — „Объясните же дѣленіе дальше!“ — „32 дес. : 4 = 8 дес.; $8 : 4 = 2$, всего 182“. Итакъ, самое трудное въ продѣланномъ примѣрѣ — найти количество десятковъ, которое приходится на каждую часть. Отсюда видно, какое важное значеніе имѣютъ подготовительные къ этому дѣйствію примѣры, т.-е. такіе, въ которыхъ отвѣтъ выражается полными десятками: $180 : 2$, $240 : 3$, $450 : 5$ и т. п. Эти примѣры представляютъ, въ сущности, таблицу дѣленія, распространенную на десятки. Такъ, если дѣленіе $18 : 2$ при- мѣнить къ десяткамъ, то и получится $18 \text{ дес.} : 2$, или $180 : 2$. Такихъ примѣровъ необходимо продѣлать значительное количество.

Болѣе всего потребуетъ труда то дѣленіе, при которомъ и сотни и десятки не дѣлятся прямо на данное число, а даютъ остатокъ. Возьмемъ примѣръ: $936 : 4$. Объясненіе, которое надо признать посильнымъ для учениковъ и которое они, освоившись съ дѣй- ствіемъ, должны умѣть излагать связно, таково: „8 сотенъ раздѣ- лить на 4, будетъ 2 сотни; 12 дес. раздѣлить на 4, будетъ 3 дес.; 16 единицъ раздѣлить на 4, будетъ 4; всего 234“. Конечно, чтобы довести учениковъ до подобнаго объясненія, содержащаго лишь существенныя стороны дѣйствія, нужны будутъ въ первое время нѣкоторые вспомогательные вопросы, въ родѣ: „Ск. сотенъ содер- жится въ этомъ числѣ?“ „Ск. сотенъ мы раздѣлимъ?“ „Ск. сотенъ останется?“ „Ск. тогда образуется всего десятковъ?“ — „13“. — „Ск. изъ нихъ раздѣлимъ?“ — „12“.

Повторимъ еще разъ, въ какой послѣдовательности должны услож- няться примѣры дѣленія на однозначное число: а) безъ раздро-

бленія, б) съ раздробленіемъ десятокъ, с) примѣры, въ которыхъ отвѣтъ выраженъ полными десятками ($320:8$), d) примѣры съ раздробленіемъ сотенъ, е) съ раздробленіемъ и сотенъ и десятокъ. Во всѣхъ этихъ случаяхъ постепенно усложняется дѣлимое. Но съ такой же предусмотрительностью надо относиться и къ дѣлителю. Сперва пусть дѣти научатся дѣлить пополамъ — дѣлитель 2 легчайшій, — а потомъ уже пусть переходятъ къ 5, 3, 4 и къ остальнымъ однозначнымъ числамъ.

Каждое дѣйствіе требуетъ того, чтобы, объясняя его дѣтямъ, мы располагали примѣры по степени трудности. Но нигдѣ это требованіе не должно исполняться такъ точно, какъ въ дѣленіи. Дѣленіе не изобилуетъ способами, напр. и устно и письменно оно начинается одинаково съ высшихъ разрядовъ. Механизмъ его довольно однообразенъ, такъ какъ, дѣлимъ ли мы на однозначное число или на многозначное, мы, въ сущности, проходимъ одинъ и тотъ же путь: опредѣляемъ, сколько единицъ каждаго разряда содержится въ частномъ. Но, не затрудняя учащихся обиліемъ способовъ, дѣленіе все-таки не легко дается дѣтямъ: причина этому — сложность механизма. Не даромъ дѣленіе поставлено четвертымъ изъ дѣйствій, инымъ его и поставить нельзя (не такъ, какъ умноженіе или вычитаніе, мѣста которыхъ, собственно говоря, можно бы помѣнять): для своего производства оно требуетъ всѣхъ трехъ предыдущихъ дѣйствій. Но основное средство, которымъ облегчается всякое усложненіе, это постепенность перехода отъ простаго къ сложному. На подобной постепенности мы и настаиваемъ особенно въ дѣленіи.

76. Округленіе дѣлимаго. Тамъ, гдѣ дѣлимое близко къ полнымъ сотнямъ, иногда бываетъ полезно замѣнять дѣлимое этими полными сотнями. Напр., $796:4$. Мы вмѣсто 796 будемъ дѣлить 800, затѣмъ изъ полученнаго числа (200) вычтемъ $4:4$, т.-е. 1, будетъ 199. Здѣсь замѣна послужила къ пользѣ потому, что количество полныхъ сотенъ прямо дѣлится на данное число, именно 8 дѣлится на 4; если бы количество сотенъ не дѣлилось, то отъ подобной замѣны выгоды не было бы, какъ напр., $696:4$.

Чтобы навести дѣтей на приѣмъ округленія дѣлимаго, мы беремъ, хотя бы, такую задачу: „Съ васъ четверыхъ“ — при этомъ учитель намѣчаетъ 4 учениковъ — „надо получить 7 р. 96 к., съ каждаго поровну. Вы, будто бы, даете не 7 р. 96 к., а ровно сколько?“ — „8 р.“ — „Сколько же вносить каждый?“ — „2 р.“ —

„Но вы отдали больше, чѣмъ слѣдуетъ. Вамъ надо дать сдачи, сколько?“ — „4 коп.“ — „Кому достанутся эти 4 коп. сдачи?“ — „Мы ихъ раздѣлимъ на четверыхъ“. — „По скольку же уплатить окончательно каждый изъ васъ?“ „Повторите съ самаго начала, какъ мы дѣлали вычисленіе!“

77. Дѣленіе на полные десятки, т.-е. дѣленіе на 10, 20, 70 и т. п. Несмотря на то, что обозначеніе дѣлителя въ этомъ случаѣ оканчивается нулемъ, особыхъ сокращеній при этомъ дѣленіи производить не слѣдуетъ; не надо, напр., указывать, что послѣдняя цифра дѣлимаго всегда отходитъ въ остатокъ. Наоборотъ, на подобныхъ дѣлителяхъ, каковы 20, 30 и т. д., проще всего можно объяснить обыкновенный приемъ дѣленія на двузначное число. Мы должны вспомнить общее положеніе, что пока обыкновенный порядокъ дѣйствія не усвоенъ, рано переходить къ искусственнымъ или сокращеннымъ приемамъ; мы должны также представить себѣ всю трудность, съ какой усваивается дѣленіе на двузначное число. Если мы это сдѣлаемъ, то ясно поймемъ, что дѣлителей 10, 20 и т. п. не надо обособлять, а надо въ этомъ случаѣ принимать за двузначныя числа.

Объясненіе дѣйствія можетъ быть такое (примѣръ: $847 : 30$): „69 десятковъ раздѣлить на 30, будетъ по 2 дес.; 240 раздѣлить на 30, будетъ по 8; всего по 28 и 7 въ остаткѣ“.

Здѣсь легче было найти количество десятковъ въ частномъ, чѣмъ количество единицъ. Дѣйствительно, чтобы найти десятки частного, слѣдовало 84 раздѣлить на 30, а такое дѣленіе встрѣчалось уже въ предѣлѣ сотни, если, конечно, учитель придавалъ должное значеніе дѣленію съ остаткомъ въ предѣлѣ ста. Раздѣлить же 247 на 30 не такъ легко, потому что это выходитъ за предѣлъ ста и представляетъ собою вычисленіе, новое для дѣтей. Но и оно пройдетъ, какъ слѣдуетъ, если опять-таки учитель не забудетъ при умноженіи упражнять дѣтей въ умноженіи полныхъ десятковъ на однозначное число (объ этомъ сказано было выше, § 73). Такъ какъ ключъ къ тому, чтобы научиться дѣленію, состоитъ въ постепенности усложненія работъ, то, если примѣры, въ родѣ $847 : 30$, продѣлываются съ трудомъ, надо повторить дѣленіе съ остаткомъ въ предѣлѣ 100 и умноженіе полныхъ десятковъ на однозначныя числа. Мы еще болѣе облегчимъ дѣло, если, послѣ умноженія полныхъ десятковъ на однозначное число, вставимъ соответствующее дѣленіе, т.-е. въ нашемъ примѣрѣ дѣленіе 240 на 30.

Итакъ, чтобы съ успѣхомъ дѣлить на полные десятки, надо умѣть: а) дѣлить на нихъ съ остаткомъ, въ предѣлѣ 100, б) умножать полные десятки на однозначныя числа.

Записывать дѣленіе вполне возможно въ строку такъ: $847:30=28$ и остатокъ 7.

78. Дѣленіе на двузначное число, при однозначномъ частномъ. Во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, гдѣ частное однозначное и гдѣ, слѣдовательно, оно не получается по разрядамъ, дѣленіе всецѣло зависитъ отъ умноженія: если дѣти умножаютъ довольно легко, то и раздѣлить имъ не трудно. Поэтому для первыхъ примѣровъ мы беремъ такихъ дѣлителей, которые легко умножаются на однозначныя числа, напр. 11, 12, 15, 22, 25. Мало того, чтобы быть увѣренными въ томъ, что умноженіе не даетъ повода къ задержкѣ, повторяемъ предварительно умноженіе дѣлителя на однозначныя числа; напр., прежде чѣмъ дѣлить на 12, составляемъ табличку: $12 \times 2 = 24$, $12 \times 3 = 36$ и т. д., кончая $12 \times 9 = 108$. И тогда только, когда мы увѣрены въ умноженіи, можемъ дать дѣленіе: $107:12$. Дѣти видятъ, что въ 107-ми дюжинъ менѣе 9-ти, такъ какъ $12 \times 9 = 108$, и болѣе 8, такъ какъ $12 \times 8 = 96$. Они говорятъ отвѣтъ 8 и потомъ вычисляютъ остатокъ.

Послѣ того, какъ продѣлано нѣсколько примѣровъ, съ предварительнымъ повтореніемъ умноженія дѣлителя на однозначныя числа, начинаемъ рѣшать примѣры безъ особаго предшествующаго умноженія. Но какъ только встрѣтится трудность, такъ опять прибѣгаемъ къ предыдущему надежному средству, т.-е. опять составляемъ соответствующую табличку умноженія дѣлителя на однозначныя числа. При этомъ замѣтимъ, что частая смѣна дѣлителей въ примѣрахъ излишня; лучше, оставляя прежняго дѣлителя, измѣнять дѣлимое, и тогда дѣти, на 3-хъ или 4-хъ дѣлителяхъ, усвоятъ пріемъ, по которому частное находится умноженіемъ, а остатокъ вычитаніемъ. Вотъ рядъ примѣровъ для дѣлителя 25: „125:25, 140:25, 150:25, 180:25, 210:25“. Таблички умноженія, о которыхъ мы говорили выше, для первыхъ дѣлителей могутъ записываться, а потомъ уже составляться только устно.

Лишь въ самомъ концѣ можно указать механическій пріемъ дѣленія. Примѣръ: $875:95$. Дѣти умноженіемъ 95 на различныя однозначныя числа доходятъ до отвѣта 9. При этомъ нѣтъ нужды начинать съ умноженія на 2. Учитель можетъ сказать, что 2 слишкомъ мало, $95 \times 2 = 190$, а у насъ 875. Когда, такъ или иначе,

отвѣтъ 9 найденъ, учитель, написавши числа 875 и 95 на классной доскѣ, говоритъ, что этотъ отвѣтъ надо находить легче. Для наглядности, учитель подчеркиваетъ цифры „87“ и „9“ и заставляетъ дѣтей сообразить, какъ по числамъ 87 и 9 найти отвѣтъ 9. Если они не въ состояніи будутъ сообразить этого, то можно дать имъ еще наводящіе вопросы: „сколько всего десятковъ въ 875?“ — „87“. — „Сколько всего десятковъ въ 95?“ — „9“. — Сколько разъ 9 десятковъ содержатся въ 87 десяткахъ?“

Не во всѣхъ примѣрахъ можетъ механическій пріемъ привести сразу къ вѣрной цифрѣ частнаго; но во всѣхъ въ нихъ найденная такимъ путемъ цифра будетъ близка къ истинной. Такъ, въ дѣленіи 729 на 89, мы попали бы предыдущимъ путемъ на цифру частнаго — 9; но взявши 89 9 разъ, видимъ, что 89 содержится 9 разъ въ числѣ 801, слѣдовательно въ числѣ 729 оно содержится не 9 разъ, а менѣе 9.

Письменное вычисленіе примѣровъ, подобныхъ разобраннымъ, можно располагать строкой. Но при этомъ полезно начать подписывать то вычитаніе, которымъ находится остатокъ отъ дѣленія. Въ послѣднемъ примѣрѣ (729 : 89) получаемъ такую запись:

$$\begin{array}{r} 729 : 89 = 8. \\ - 712 \\ \hline 17 \end{array}$$

Такимъ образомъ, записываніе строкой постепенно переходитъ въ записываніе столбцомъ.

79. Дѣленіе на двузначное число при двузначномъ частномъ. Въ этомъ случаѣ дѣйствіе производится по разрядамъ, т.-е. сперва опредѣляются десятки частнаго, а потомъ единицы. Разберемъ примѣръ: 384 : 12. Отчеркивается полное количество десятковъ въ данномъ числѣ, ихъ въ немъ 38 (чтобы было яснѣе видно, цифры „38“ въ первыхъ примѣрахъ подчеркиваемъ или обводимъ дугой). Такъ какъ еще въ предѣлѣ сотни пройдено было дѣленіе двузначнаго числа на двузначное съ остаткомъ, то дѣти, зная, что 38 не дѣлится безъ остатка на 12, а дѣлится на 12 число 36 (если бы они не знали, то могли бы узнать это умноженіемъ 12-ти на однозначныя числа), начинаютъ объясненіе такъ: „36 дес. раздѣлить на 12, будетъ 3 дес.“ Такимъ образомъ, первый разрядъ частнаго найденъ, десятковъ въ отвѣтѣ будетъ 3. Такъ какъ всего мы подѣлили 36 дес., то останется десятковъ недѣленныхъ 2, да единицъ 4, всего 24 единицы. Это вычисленіе остатка 24-хъ

не особенно затруднить дѣтей, такъ какъ состоитъ изъ двухъ легкихъ дѣйствій: вычитанія (36 изъ 38) и обращенія десятковъ въ единицы. Затѣмъ рѣшеніе продолжается: „24 раздѣлить на 12, будетъ 2“ и заканчивается „всего 32“.

На продѣланномъ примѣрѣ и на нѣсколькихъ другихъ, подобныхъ ему, нетрудныхъ примѣрахъ долженъ быть выясненъ ходъ дѣленія на двузначное число, т.-е. должны быть указаны 3 основныхъ пункта, на которые распадается это дѣйствіе: а) нахожденіе десятковъ частнаго, б) нахожденіе полного остатка, который послѣ этого получается и с) нахожденіе единицъ частнаго.

Первые примѣры, опять повторяемъ, должны быть не сложны. Они рѣшаются устно и въ нихъ записываются лишь данныя числа и отвѣтъ. На нихъ долженъ быть выясненъ общій ходъ дѣйствій. Показывать же письменное расположеніе слѣдуетъ позже, чтобы пониманію хода не помѣшало запоминаніе подробностей, сопровождающихъ записываніе. Для выясненія записыванія, беремъ примѣръ, который и рѣшаемъ предварительно устно, съ записываніемъ лишь данныхъ чиселъ и отвѣта. Затѣмъ спрашиваемъ: „сколько десятковъ мы подѣлили?“ Записываемъ подъ десятками дѣлимаго. „Что далѣе нужно сдѣлать?“ — „Вычестъ“. Остатокъ, съ присоединеніемъ единицъ, подписывается. Можно при этомъ ввести терминъ „снести единицы“.

Въ концѣ надо обратить вниманіе на болѣе трудные примѣры. Въ нихъ придется остановиться не столько на дѣленіи десятковъ, сколько на дѣленіи единицъ. Это будутъ, слѣдовательно, вычисленія, въ родѣ $702 : 18$, въ которыхъ цифра единицъ близка къ 9-ти. Что касается десятковъ, то они въ предѣлѣ тысячи вычисляются довольно легко. Дѣйствительно, даже при легкихъ дѣлителяхъ, заключающихся между числами 15-ю и 25-ю, десятковъ въ частномъ не будетъ больше 6—4, иначе мы принуждены были бы выйти за предѣлъ тысячи.

80. Дѣленіе на трехзначное число. Такъ какъ дѣлитель берется трехзначный, то частное, въ предѣлѣ 1000, должно быть однозначнымъ. Оно опредѣляется путемъ послѣдовательныхъ испытаній, т.-е. при помощи умноженія трехзначнаго числа на однозначныя числа, пока не получимъ произведенія, которое немного меньше дѣлимаго. Отсюда видно, что передъ дѣленіемъ умѣстно продѣлать рядъ соотвѣствующихъ умноженій и тѣмъ напомнить о зависимости дѣленія отъ умноженія.

Первые, болѣе легкіе, примѣры допускають устное рѣшеніе; они могутъ быть записываемы въ строку. На послѣдующихъ примѣрахъ, когда уже порядокъ дѣйствія будетъ достаточно понятъ, вводится письменное вычитаніе, съ цѣлю найти остатокъ отъ дѣленія. Примѣръ:

$$\begin{array}{r} 650 : 125 = 5. \\ \underline{625} \\ 25 \end{array}$$

Наконецъ, можно ознакомить дѣтей и съ упрощающимъ дѣло, механическимъ способомъ нахожденія цифры частнаго. Состоить онъ, какъ и при дѣленіи на двузначное число, въ слѣдующемъ. Отчеркивается въ дѣлимомъ и въ дѣлителѣ по одной цифрѣ и уясняется, что по этимъ отчеркнутымъ разрядамъ можно найти приближенное частное. Примѣръ: $690 : 115$. Продѣлавши этотъ примѣръ устно и найдя отвѣтъ 6 послѣдовательнымъ умноженіемъ дѣлителя на однозначныя числа, ученики обращаютъ потомъ вниманіе на сотни (6 и 1) и выводятъ, что найденный отвѣтъ 6 можно бы получить иначе, скорѣе, прямымъ дѣленіемъ 6 на 1.

81. Дѣленіе на части и дѣленіе по содержанію. Эти два случая дѣленія могутъ быть въ пред. 1000 постепенно объединяемы. На многочисленныхъ примѣрахъ дѣленія, продѣланныхъ до сихъ поръ, дѣти вполне могли убѣдиться, что отвѣтъ для обоихъ случаевъ одинъ, если одинаковы только данныя числа. Поэтому для отвлеченныхъ численныхъ примѣровъ можно допустить теперь 3 чтенія: 2 частныхъ и одно общее. Такъ, примѣръ $690 : 115$ можетъ читаться или а) „690 раздѣлить на 115 равныхъ частей“, или б) „690 раздѣлить по 115-ти (а также: „въ 690 содержится 115“), или наконецъ в) „690 раздѣлить на 115“. Въ задачахъ же весьма полезно оставить первыя 2 чтенія, т.-е. „раздѣлить на равныя части“ и „содержится“ (или же „раздѣлить по столько-то“). Требуя такихъ чтеній, мы заставимъ дѣтей ближе вникать въ смыслъ задачъ, такъ какъ при этомъ надо опредѣлять частный видъ вопроса.

82. Дѣленіе съ остаткомъ. Во многихъ случаяхъ дѣленіе съ остаткомъ на этой ступени можетъ быть замѣняемо дѣленіемъ съ долями. Постепенно, при случаѣ, напр. на бѣгломъ счетѣ, можно ввести сверхъ знакомыхъ дѣтямъ долей, именно половинъ, четвертей и восьмушекъ, еще другія нетрудныя доли, въ родѣ третей, пятыхъ, десятыхъ. При этомъ, во-первыхъ, надо будетъ указать, что

третей въ единицѣ три, пятыхъ — пять и т. д.; во-вторыхъ, надо будетъ напомнить способъ, какъ раздѣлить на 3, на 5 и т. д. равныхъ частей не только единицу, но и нѣсколько единицъ. Для этого надо раздѣлить сперва первую единицу, потомъ вторую и т. д., затѣмъ полученныя доли сложить. При помощи всѣхъ указанныхъ упражненій дѣти познакомятся съ тѣмъ, какъ образуются другія простѣйшія доли, сверхъ половинъ, четвертей и восьмыхъ.

Общіе выводы о дѣйствіяхъ въ предѣлѣ 1000.

83. Цѣль изученія дѣйствій въ пред. 1000. Нѣтъ настоящей необходимости въ томъ, чтобы выдѣлять дѣйствія въ предѣлѣ тысячи въ особую ступень. Можно, закончивши сотню, непосредственно перейти къ числамъ любой величины. И вообще, то или иное дѣленіе начального курса на ступени лишь косвенно вліяетъ на успѣхъ обученія. Подобно тому, какъ при объясненіи небольшого отдѣла, при выводѣ правила учитель пользуется примѣрами, подбирая ихъ цѣлесообразно и располагая систематично, но примѣры эти не всегда одни и тѣ же (у одного учителя въ одинъ годъ одни, въ другой другіе), не одинаковы у всѣхъ учителей и не обязательны для всѣхъ школъ; или еще, какъ при рѣшеніи задачъ упражненія идутъ строго послѣдовательно и приводятъ къ одинаковымъ успѣхамъ, несмотря на разнообразіе условій задачъ; такъ и при разработкѣ всего начального курса можно съ одинаковымъ успѣхомъ пользоваться при преподаваніи нѣсколькими путями, изъ которыхъ каждый представляетъ свою особую послѣдовательность работъ. Учителю надо заботиться не столько о томъ, чтобы найти путь преподаванія единственно вѣрный и единственно успѣшный; такихъ путей во многихъ случаяхъ бываетъ не одинъ, а нѣсколько. Ему больше надо слѣдить за тѣмъ, чтобы избранный имъ ходъ отличался послѣдовательностью, примѣнимостью къ школѣ и цѣлесообразностью всѣхъ своихъ отдѣловъ. Смотри вотъ съ этой точки зрѣнія и надо сказать, что выдѣленіе дѣйствій до тысячи въ особую ступень не необходимо, но полезно, если учитель представляетъ себѣ цѣль выдѣленія и пользуется подходящими средствами для того, чтобы достигнуть ея.

Въ предѣлѣ сотни усвоены нормальные способы производства дѣйствій. За предѣломъ тысячи главное вниманіе будетъ обращено на механизмъ письменнаго вычисленія. Ступень же отъ 100 до

1000 представляет собою естественный переходъ отъ приѣмовъ нормальныхъ къ частнымъ, искусственнымъ, сокращеннымъ, отъ устнаго вычисленія къ письменному. Здѣсь одинъ и тотъ же приѣмъ рѣшается устно, и письменно, и на счетахъ и какимъ-нибудь сокращеннымъ приѣмомъ.

Изъ сравненія всѣхъ этихъ способовъ выясняется разница между ними, а вмѣстѣ съ тѣмъ лучше освѣщается и каждый отдѣльный способъ. Вотъ основная цѣль, съ которой мы предѣлу тысячи даемъ особое мѣсто. Чтобы эта цѣль была достигнута вполне, надо усиленно заботиться о томъ, чтобы дѣти привыкли вычислять разнообразными способами, чтобы они не руководствовались только тѣмъ, что покажетъ учитель, а старались отъ себя добавлять различныя видоизмѣненія. Для этого учителю надо всячески поощрять подобную изобрѣтательность, снисходительно относиться къ менѣе удачнымъ попыткамъ, помня, что ученикъ, какъ бы онъ ни былъ малъ, говорить все же не наобумъ, а доходить до своихъ мыслей путемъ размышленія, иногда своеобразнаго; обрывая ученика, не объяснивши ему его промаха, учитель лишаетъ его необходимой увѣренности въ своихъ силахъ и развиваетъ въ немъ, при обученіи ариметикѣ, не сообразительность, а малоцѣнное запоминаніе.

Всѣ приѣмы, относящіеся къ извѣстному дѣйствию, надо сообщать не сразу, не на одномъ урокѣ, а понемногу, постепенно; когда дѣти одинъ приѣмъ поняли и усвоили, можно повести рѣчь о другомъ. Но при этомъ основной приѣмъ долженъ быть поставленъ на первый планъ, его чаще надо повторять и примѣнять и его обязательно должны знать всѣ дѣти.

84. Объясненіе дѣйствій. Когда дѣйствіе только что разрабатывается, учителю нерѣдко приходится помогать дѣтямъ или направляющими вопросами, или краткими указаніями, но болѣе всего искуснымъ подборомъ примѣровъ, которые, постепенно усложняясь, сами собою приводятъ учащихся къ должнымъ выводамъ. Въ это время дѣйствія объясняются большею частью по вопросамъ, причемъ затрудненія въ тѣхъ или иныхъ случаяхъ заставляютъ останавливаться на подробностяхъ и вникать въ мелочи. Но, дробя вопросы и разрабатывая мелочи, необходимо поставить себѣ цѣлью, чтобы дѣти въ концѣ пришли къ связному объясненію, содержащему существенныя части вычисленія. Объяснить существенныя части дѣйствія значитъ указать, надъ какими разрядами производится дѣйствіе и сколько даетъ каждый разрядъ. Менѣе же важ-

ныя части вычисленія, въ родѣ обращенія сотенъ въ десятки или десятковъ въ сотни, лучше пропускать въ окончательномъ объясненіи: во-первыхъ, выгодается время, а во-вторыхъ, тѣмъ больше вниманія будетъ удѣлено сущности дѣйствія; понявъ же ее, дѣти, конечно, представятъ себѣ и подробности.

Если такія краткія и связныя объясненія будутъ излагаться дѣтьми довольно свободно на примѣрахъ, то этимъ уничтожится всякая необходимость особыхъ правилъ дѣйствій, такъ что совершенно излишнимъ становится заучиваніе тѣхъ пространныхъ отвѣченныхъ правилъ, которыя требуютъ отъ дѣтей большихъ усилій, но приносятъ мало пользы: сами дѣти не въ состояніи дѣлать такихъ пространныхъ выводовъ, поэтому имъ приходится запоминать ихъ, а впослѣдствіи эти заученные выводы легко забываются.

85. Записываніе дѣйствій. Записывать дѣйствія въ предѣлѣ тысячи можно двояко: или кратко, въ строку, или же болѣе пространно, столбцомъ. Такъ напр., умноженіе 36 на 25 можетъ быть записано или такъ: $36 \times 25 = 900$, или такъ:

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 25 \\ \hline 180 \\ 72 \\ \hline 900 \end{array}$$

Въ первой формѣ записываются только данныя числа и отвѣтъ, во второй — еще промежуточные вычисленія. Первая форма соотвѣтствуетъ устному счету, вторая письменному вычисленію. Поэтому строкой слѣдуетъ записывать тѣ дѣйствія, которыя легки, которыя могутъ быть произведены устно; для нихъ цифры являются лишь несущественнымъ вспомогательнымъ средствомъ, какъ бы нѣкоторымъ нагляднымъ пособіемъ. Наоборотъ, трудныя дѣйствія, въ которыхъ или числа мало поддаются запоминанію или промежуточные вычисленія требуютъ отъ дѣтей большихъ усилій, должны быть записываемы столбцомъ. Подобное правило: „пиши легкое строкой, а трудное столбцомъ“, можно сообщить и дѣтямъ. Но въ предѣлы тысячи они еще не особенно удачно различаютъ, что для нихъ легко и что трудно. Поэтому въ большинствѣ случаевъ придется учителю опредѣлять, записывать ли данное вычисленіе строкой или столбцомъ. Нѣкоторые примѣры и изъ легкихъ можно будетъ записать столбцомъ, затѣмъ, чтобы показать на нихъ для образца, какъ полагаются вычисленія при письменномъ производствѣ дѣйствія.

86. Термины. Спѣшить съ введеніемъ терминовъ ни въ какомъ случаѣ не слѣдуетъ; чѣмъ дольше ихъ не сообщать, тѣмъ лучше. Во-первыхъ, это слова по большей части или иностранныя (плюсъ, минусъ), или славянскія (умножить), или же исключительно книжныя, а не слова разговорнаго языка (слагаемое, дѣлитель). Изучать же тяжелыя, чуждыя разговорной рѣчи, выраженія умѣстно только тогда, когда пріобрѣтенъ достаточный навыкъ въ рѣчи живой, простой и всѣмъ ясной. Во-вторыхъ, всякій терминъ полезенъ и умѣстенъ лишь какъ завершеніе того понятія, которое этимъ терминомъ выражено, и пока понятіе не достигло въ своемъ образованіи должной зрѣлости, рано сообщать терминъ, иначе мы научимъ словамъ, не имѣющимъ содержанія, такъ какъ отъ нихъ отстали соотвѣтствующія мысли. Напр., терминъ „кратное сравненіе“ не надо вводить до тѣхъ поръ, пока дѣти не продѣлаютъ достаточно примѣровъ на это сравненіе и пока ясно не поймутъ, въ чемъ оно состоитъ и какъ производится. Въ-третьихъ, отъ большинства терминовъ нѣтъ въ начальномъ обученіи никакой пользы и не ощущается въ нихъ никакой нужды. Если бы ихъ совсѣмъ выпустить, то и тогда не замѣтно было бы никакого урона. Въѣдъ обходимся же мы безъ особаго слова, которое выражало бы знакъ дѣленія, между тѣмъ какъ при сложеніи такое слово имѣется („плюсъ“). Въ старинныхъ учебникахъ ариметики была масса терминовъ, очень трудныхъ для запоминанія (напр., вмѣсто сложенія — адитсіе, вмѣсто вычитанія — сюстряксіе), теперь нѣкоторые изъ нихъ выпускаются, преподаваніе же отъ этого только выигрываетъ; нѣкоторые же изъ нихъ остались, удерживаются лишь по привычкѣ, а не въ видахъ пользы, и могутъ пригодиться развѣ тѣмъ ученикамъ начальной школы, которые будутъ продолжать свое образованіе въ другихъ учебныхъ заведеніяхъ.

Къ концу 2-го года ученія, запасъ терминовъ у дѣтей долженъ представляться въ такомъ видѣ: а) Сложеніе: сложить, прибавить, присчитать; сумма. б) Вычитаніе: отнять, отсчитать, вычестъ; остатокъ, разница. в) Умноженіе: взять, повторить, умножить (последній терминъ лишь изрѣдка). г) Дѣленіе: раздѣлить на столько-то равныхъ частей, раздѣлить по столько-то, содержится, раздѣлить на такое-то число.

87. Устный счетъ. Устный счетъ въ предѣлѣ 1000 въ чистой формѣ, т.-е. безъ всякаго записыванія, можетъ идти лишь съ болѣе легкими числами; въ тѣхъ же случаяхъ, когда числа запомнить

трудно, вполне можно допустить записываніе какъ данныхъ чиселъ, такъ и окончательнаго отвѣта (но не промежуточныхъ вычисленій, напр. не отдѣльныхъ разрядовъ, по мѣрѣ ихъ полученія: иначе выйдетъ счетъ письменный, а не устный). Такъ, при дѣленіи 873 на 26 пишемъ оба данныхъ числа; смотря на записъ, устно находимъ отвѣтъ: 33 и 15 въ остаткѣ; найдя окончательный отвѣтъ, можемъ его тоже записать.

Облегченію устнаго счета содѣйствуютъ особые приемы, такъ-наз. искусственные, или частные. Нѣкоторые изъ нихъ, состоящіе въ округленіи данныхъ, помѣщены выше. Еще въ предѣлѣ 1000, при повтореніи всѣхъ дѣйствій, можно сообщить такіе приемы:

1) Послѣдовательное раздвоеніе. Чтобы раздѣлить на 4, дѣлимъ сперва на 2, а полученное опять на 2. Чтобы раздѣлить на 8, дѣлимъ сперва на 2, полученное опять на 2 и наконецъ вновь полученное опять на 2. Выяснить такой путь дѣленія удобнѣе всего наглядно. Напр., чтобы разрѣзать листь на восьмушки, мы рѣжемъ его сперва на полулисты, потомъ полулисты на четвертинки и наконецъ четвертинки на восьмушки.

2) Умноженіе на 5 и 25. Такъ какъ 5 составляетъ половину десятка, а 25 — четверть сотни, то, чтобы взять какое-нибудь число 5 разъ, беремъ его 10 разъ и полученный отвѣтъ дѣлимъ на 2; чтобы взять 25 разъ, беремъ 100 разъ и полученное дѣлимъ на 4. Для объясненія пользуемся, хотя бы, такими задачами: „Сколько стоитъ пятокъ апельсиновъ, по 8 к. апельсинъ?“ Сперва узнаемъ, сколько стоитъ десятокъ; получится 80 к.; а такъ какъ въ десяткѣ два пятка, то пятокъ обойдется въ $80 : 2$, т.-е. въ 40 к. Другая задача: „Сколько надо заплатить за 25 лопатъ, если лопата стоитъ 8 коп.?“ Сотня стоитъ 8 р., полсотни 4 р., а за четверть сотни, т.-е. за 25 штукъ, надо заплатить 2 р.

3) Дѣленіе на 5 и 25 объясняется подобно предыдущему: „Если въ корзинѣ 480 яблокъ, то сколько въ ней десятковъ?“ — „48“. „Изъ каждаго десятка сколько выходитъ пятковъ?“ „Сколько же пятковъ выйдетъ изъ 48 десятковъ?“ Впрочемъ, дѣти и сами, безъ помощи учителя, могутъ натолкнуться на этотъ приемъ, тогда останется объяснить его только тѣмъ, кто еще не додумался. Чтобы выяснить дѣленіе на 25, пользуемся опять подходящей задачей. „Сколько разъ 25 к. содержатся въ 700 коп.?“ Такъ какъ въ 700 копейкахъ сотенъ 7, то полусотенъ 14, а четвертей сотни (четвертаковъ) — 28.

88. Самостоятельныя работы. Въ предѣлѣ тысячи пора начать на самост. занятіяхъ рѣшеніе задачъ, а не ограничиваться лишь вычисленіемъ отвѣченныхъ примѣровъ. Для задачъ можно взять сперва простѣйшіе виды, въ одно или два дѣйствія, притомъ подобныя тѣмъ, какіе продѣланы на урокахъ съ учителемъ. Учителю, при новомъ видѣ самостоятельныхъ работъ, надо внимательно послѣдить за тѣмъ, какъ онѣ выполняются; если нужно, то еще разъ объяснить, какъ именно рѣшать данныя задачи.

Иногда, изрѣдка, отвѣты на работы могутъ выходить и за предѣлъ тысячи, напр., при сложеніи. Въ этомъ бѣды никакой нѣтъ. Не надо слишкомъ осторожно относиться къ тому, чтобы не переступить какъ-нибудь предѣла.

89. Внеклассныя работы. Вопросъ о работахъ, которыя дѣтямъ даются на домъ, рѣшается различно для различныхъ школъ. Во многихъ школахъ давать работы совершенно невозможно, такъ какъ домашняя обстановка дѣтей не позволяетъ имъ исполнять письменныя работы по вечерамъ. Тамъ же, гдѣ домашнія условія удовлетворительны, учитель задавать работы можетъ, но долженъ имѣть въ виду слѣдующее: 1) давать работы по ариметикѣ на домъ приблизительно со 2-го полугодія 2-го года; ранѣе едва ли можно, такъ какъ дѣти еще слишкомъ малы; 2) давать понемногу, чтобы не обременить учащихся и не отнять у нихъ времени, необходимого для отдыха; работы должны быть сходны съ тѣми, какія даются въ классѣ для самостоятельныхъ занятій.

Особенности рѣшенія задачъ въ теченіе 2-го г.

90. Сравненіе задачъ 2-го года съ задачами 1-го. Основная цѣль перваго года въ отношеніи задачъ состоитъ въ томъ, чтобы разъяснить и утвердить понятіе о различныхъ видахъ простыхъ задачъ. Сложныя задачи берутся въ первомъ году только тѣ, которыя распадаются явнымъ образомъ на простыя, такъ что рѣшать ихъ можно по мѣрѣ чтенія условія. Цѣлью второго года является умѣнье самостоятельно расчленять сложныя задачи въ 2—3 дѣйствія и записывать рѣшеніе ихъ цѣликомъ. Эта цѣль, по нашему мнѣнію, достаточна для второго года и если учителю удастся достигнуть ея, то этимъ онъ окажетъ большую услугу третьему году, когда идетъ рѣшеніе сложныхъ задачъ въ 4, 5 и болѣе дѣйствій и сообщаются приемы рѣшенія нѣкоторыхъ замысловатыхъ задачъ

(алгебраическаго характера). Какъ первый годъ существенно необходимъ для второго, потому что безъ пониманія простыхъ задачъ нельзя рѣшить сложной въ 2—3 дѣйствія, такъ и второй годъ составляетъ подготовительную ступень къ третьему, потому что юто умѣть рѣшить самостоятельно задачу въ 2 дѣйствія, тотъ доберется и до 4—5 дѣйствій.

91. Повтореніе простыхъ задачъ. Ясное пониманіе и разграниченіе простыхъ задачъ является необходимымъ условіемъ успѣшнаго рѣшенія сложныхъ задачъ. Поэтому во всѣ года обученія мы отводимъ видное мѣсто задачамъ на одно дѣйствіе и признаемъ въ этомъ пользу не только для практики вычисленій, но и для повторенія типовъ простыхъ задачъ. Очевидно, что предъявлять одинаковыя требованія къ рѣшенію простыхъ задачъ во всѣ года обученія было бы неблагоприятно, такъ какъ съ развитіемъ учениковъ должны повышаться и требованія отъ ихъ умственной дѣятельности. Поэтому, начиная со 2-го года, рѣшеніе задачъ на одно дѣйствіе должно сопровождаться слѣдующими особенностями.

а) Послѣ того, какъ прочтены данныя въ задачѣ числа, полезно не говорить вопроса задачи, а предоставить вывести этотъ вопросъ изъ данныхъ. Конечно, въ нѣкоторыхъ задачахъ можетъ быть не одна комбинація данныхъ, а нѣсколько, такъ что и вопросовъ можно поставить нѣсколько. Но это обстоятельство никоимъ образомъ не вредить, а наоборотъ, приносить пользу, потому что во время придумыванія комбинацій изощряется сообразительность и всесторонне разрабатывается матеріалъ для сложныхъ задачъ. Итакъ, отыскиваніе вопроса задачи — одна изъ полезныхъ мѣръ при рѣшеніи простыхъ задачъ.!

б) Вторая мѣра — отыскиваніе недостающаго даннаго. При этомъ учитель, сообщая одно данное и вопросъ, приводитъ учениковъ къ мысли, что чего-то не хватаетъ, и что дополнить надо именно такое-то данное. Какъ пропускъ вопроса prepares синтетическое объясненіе сложныхъ задачъ, такъ пропускъ даннаго служить начальнымъ упражненіемъ въ анализѣ.

в) Синтетическимъ же цѣлямъ служить соединеніе нѣсколькихъ рѣшенныхъ простыхъ задачъ въ одну сложную. Напр., пусть прорѣшены 2 задачи: „На 7 овецъ вышло 238 лотовъ соли. Сколько вышло на каждую овцу?“ и „въ 3 недѣли овцамъ израсходовали 238 лотовъ соли; сколько расходовали въ недѣлю?“ Послѣ этихъ двухъ задачъ, каждая на одно дѣйствіе, можно получить сложную

задачу въ 2 дѣйствія такого рода: „на 7 овецъ въ 3 недѣли вышло 238 лотовъ соли; сколько выходило на овцу въ недѣлю?“ Числа при этомъ, конечно, можно и измѣнять, важно лишь одно: чтобы изъ 2 отдѣльных дѣйствій ученики въ состояніи были скомбинировать одну общую задачу. Эта работа болѣе сильна для учениковъ 3-го отдѣленія, или же 2-го въ концѣ года.

d) Еще хорошимъ средствомъ для уясненія простыхъ задачъ является придумываніе задачъ учениками по данному типу. Напр., пусть придумаютъ ученики задачу на дѣленіе по содержанію и именно по содержанію, а не на части. Этимъ они докажутъ и укрѣпятъ свое знаніе извѣстнаго вида задачъ и дадутъ пищу своей изобрѣтательности. Вообще придумываніе задачъ должно занимать видное мѣсто въ обученіи ариметикѣ и придуманныхъ задачъ должно быть не меньше, чѣмъ взятыхъ изъ сборника. Рѣшать свою задачу и интереснѣе и полезнѣе, такъ какъ она соответствуетъ кругу понятій ученика и можетъ дать толчокъ другимъ работамъ въ области вычисленій. Единственное неудобство, которое можетъ случиться во время придумыванія задачъ, это то, что ученики могутъ разбрасываться и давать задачи неподходящія, которыя не соответствуютъ цѣли учителя въ данный моментъ. Но вѣдь это всегда можно направить на требуемый путь, точно устанавливая рамки, въ которыхъ должно помѣщаться содержаніе придуманныхъ задачъ.

Четыре приема, указанные въ пунктахъ а, b, c и d, должны предлагаться, очевидно, не ко всякой простой задачѣ всѣ сразу, а попеременно, съ разнообразіемъ, преслѣдуя главную цѣль — будить мысль учениковъ, не доводя однако дѣла до излишней пунктуальности, при которой бы средство примѣнялось и въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ оно по существу вопроса не выполнѣе удобно и умѣстно.

92. Сложныя задачи. Переходя теперь къ сложнымъ задачамъ, прежде всего напомнимъ, что цѣлью ихъ во второмъ году является самостоятельное рѣшеніе и записываніе задачъ въ 2—3 дѣйствія. Чтобы достигнуть этой цѣли, надо пользоваться путями, вытекающими изъ требованія наглядности, постепенности и самодѣятельности. Въ первый годъ усвоены были простыя задачи, теперь онѣ повторены; въ первый годъ рѣшались и сложныя задачи, но расчленялись онѣ на простыя преимущественно учителемъ или же послѣдовательность ихъ прямо указывалась самимъ условіемъ. Теперь все дѣло въ томъ: какъ достигнуть, чтобы расчлененіе совершалось учениками самостоятельно? Для этого служить синтетическая и

аналитическая проработка условія задачи, т.-е. комбинированіе данныхъ величинъ, съ соединеніемъ ихъ въ простыя и сложныя задачи, и расчлененіе даннаго вопроса на болѣе простыя. Дадимъ образцы синтетической и аналитической проработки условія. Пусть имѣется задача „Въ коробкѣ 144 карандаша. Она стоитъ 2 р. 88 к. Если продавать эти карандаши въ розницу по 3 коп., то сколько получится прибыли на дюжину коробокъ?“ Синтетическая работа, т.-е. соединеніе данныхъ величинъ въ простыя задачи и простыхъ задачъ въ сложныя идетъ такъ. Учитель читаетъ начало условія „въ коробкѣ 144 карандаша; она стоитъ 2 р. 88 к.“ и спрашиваетъ „что можно узнать изъ этихъ данныхъ?“ „Сколько стоитъ одинъ карандашъ“. Учитель прибавляетъ еще данное число: „карандаши продавались въ розницу по 3 коп.“ „Теперь что можно узнать по даннымъ числамъ?“ — „Сколько прибыли получали на каждомъ карандашѣ“. — „Еще что?“ — „За сколько продавали коробку“. — „Еще что?“ — „Сколько прибыли получали на каждой коробкѣ“. Если ученики не усмотрѣли бы которой-нибудь изъ приведенныхъ комбинацій, то стоитъ только выписать соответствующія даннымъ числа и комбинація окажется доступной, такъ какъ предполагается, что ученики уже достаточно освоились съ простыми задачами въ теченіе перваго года.

Бесѣда продолжается такъ: учитель добавляетъ еще данное „продали дюжину коробокъ“. „Что теперь можно узнать?“ — „Сколько въ дюжину коробокъ перьевъ“ — „Еще что?“ — „Сколько стоитъ дюжина коробокъ“. — „Еще что?“ — „Сколько прибыли получится на дюжину коробокъ“. Этимъ синтетическая проработка условія заканчивается. Цѣль ея та, чтобы пройти съ учениками всѣ возможные комбинаціи данныхъ чиселъ, убѣдиться въ томъ, всѣ ли комбинаціи доступны ученикамъ и ясны для нихъ. Такимъ образомъ, почва для рѣшенія задачи подготовлена, такъ какъ для рѣшенія задачи остается выбрать тѣ комбинаціи, которыя приводятъ къ отвѣту на заданный вопросъ. Учителю остается поставить вопросъ задачи „сколько прибыли получено на дюжину коробокъ“, и заставить учениковъ самостоятельно обдумать ходъ рѣшенія.

Синтетическая обработка задачи полезна тѣмъ, что она приготовляетъ все нужное для рѣшенія задачи, привлекая большинство учениковъ къ работѣ комбинированія, слѣд. къ довольно напряженной умственной дѣятельности, и не внося въ то же время въ рѣшеніе задачъ никакой излишней помощи и подсказа, какъ то бы-

ваетъ, когда одинъ изъ лучшихъ учениковъ устанавливаетъ сразу весь планъ рѣшенія, а остальные ученики выслушиваютъ, принимаютъ этотъ планъ и по нему, какъ по рецепту, рѣшаютъ задачу. Здѣсь уже не свободная умственная дѣятельность, а подражаніе, гораздо менѣе цѣнное, чѣмъ соображеніе.

Во второмъ году обученія, въ особенности на задачахъ въ пред. 1000, умѣстно познакомить дѣтей съ аналитической формой разбора задачъ. Дѣло ведется такъ. Учитель прочитываетъ ученикамъ вопросъ задачи, но безъ данныхъ чиселъ, напр., въ такой формѣ: „Проданы были карандаши. Сколько прибыли получено при этой продажѣ? — „Намъ неизвѣстно, за сколько карандаши куплены и за сколько проданы. Если бы это намъ знать, то мы рѣшили бы вопросъ“. — „Куплены они по 2 р. 88 к. за коробку, а проданы по 3 коп. за штуку“. „Рѣшите ли вы теперь вопросъ?“ — Нѣтъ, мы не знаемъ, сколько карандашей въ коробкѣ — „Ихъ въ коробкѣ 144“. „Теперь рѣшите ли?“ — „Нѣтъ“. Если бы ученики сказали, что могутъ рѣшить, то самое лучшее и заставить рѣшить; тогда они увидятъ свой промахъ и скажутъ, наконецъ, про послѣднее данное „мы не знаемъ, сколько было коробокъ“. — „Ихъ было 12“. Такимъ путемъ нить заключеній идетъ отъ вопроса задачи и выясняетъ необходимость и значеніе каждаго изъ данныхъ чиселъ.

Аналитическій разборъ задачи является для дѣтей менѣе доступнымъ, чѣмъ синтетическая проработка. Поэтому при началѣ подобныхъ занятій, т.-е. въ среднемъ отдѣленіи, надо отдать предпочтеніе синтезу. При этомъ оба приема полезно чередовать, выходя въ то, какой изъ нихъ болѣе подходитъ къ задачѣ. Полезно дѣлать и такъ, что начало разбора вести синтетически, къ концу же задачи переходить на аналитическій путь. Или можно такъ вести дѣло, что передъ рѣшеніемъ задачи провести синтезъ, а послѣ рѣшенія повторить задачу въ измѣненной формѣ при помощи анализа.

93. Записываніе рѣшенія. Задачи въ предлѣ ста должны рѣшаться преимущественно устно. Когда условіе задачи сообщено ученикамъ и предварительный разборъ выполненъ, будь то синтезъ или анализъ, тогда дается ученикамъ время подумать и найти отвѣтъ. Если отвѣтъ невѣренъ, то, конечно, придется задачу разъяснить и слѣд. вести бесѣду по отдѣльнымъ дѣйствіямъ. Но если отвѣтъ вѣренъ, то лучше всего пусть ученики запишутъ все рѣшеніе въ цѣлости и этимъ они приблизятся къ цѣли, поставленной нами для рѣшенія задачи въ теченіе второго года. Послѣ того,

какъ рѣшеніе записано, оно провѣряется, при чемъ объясненіе его излагается учениками.

Въ предѣлѣ тысячи возможно допустить записываніе дѣйствій во время рѣшенія задачи. Это облегчить учениковъ. Но и тутъ лучше всего требовать отъ учениковъ, чтобы они представляли учителю для провѣрки не отдѣльныя дѣйствія задачи, а всю задачу въ цѣлости. Лучше выбирать задачи не особенно трудныя и сложныя, но только, чтобы ученики рѣшали ихъ своимъ умомъ, самостоятельно. Такая работа особенно способствуетъ развитію ума и характера.

Во второе полугодіе можно сопровождать строки рѣшенія указаніемъ того, что обозначаетъ результатъ каждаго дѣйствія. Напр., въ предыдущей задачѣ о карандашахъ строки представятся въ такомъ видѣ:

I. $3 \times 144 = 432$, столько копеекъ выручали за коробку карандашей.

II. $432 - 288 = 144$, столько копеекъ получали прибыли съ каждой коробки.

III. $144 \times 12 = 1728$, столько копеекъ получили прибыли со всѣхъ карандашей.

Отвѣтъ: 17 р. 28 к.

Приучая дѣтей писать строки въ такомъ порядкѣ, учитель можетъ перейти въ 3 отдѣленіи и къ болѣе подробному объясненію, гдѣ уже будетъ указываться значеніе не только результата каждаго дѣйствія, но и данныхъ чиселъ.

94. Изъ типическихъ задачъ, разработка которыхъ умѣстна въ предѣлѣ 100 и 1000, остановимся на слѣдующихъ.

Задачи на обращеніе крупныхъ мѣръ въ мелкія и мелкихъ въ крупныя. Иначе сказать, задачи на раздробленіе и превращеніе. Онѣ принадлежатъ къ отдѣлу составныхъ именованныхъ чиселъ, но тѣмъ не менѣе ихъ надо признать вполне доступными на этой ступени. Въ сущности онѣ требуютъ лишь простаго умноженія или дѣленія по содержанію. Не надо считать эти вопросы чѣмъ-то особымъ, нуждающимся въ искусственной записи или какомъ-нибудь частномъ правилѣ. Вопросъ „Въ пудѣ 40 ф. Сколько фунтовъ въ 2 п.“ ничѣмъ существеннымъ не отличается отъ вопроса: „Въ корзинѣ 40 грибовъ. Сколько будетъ грибовъ въ 2 такихъ корзинахъ?“ Если превращенію и раздробленію не придавать характера какой-то отчужденности отъ прочихъ задачъ, то многіе вопросы на сложеніе и вычитаніе именованныхъ чиселъ будутъ рѣшены дѣтьми при по-

мощи собственного ихъ соображенія и не потребуютъ отъ нихъ большаго напряженія мысли, чѣмъ другія задачи въ пред. 100.

Въ случаѣ превращенія дѣти иногда неправильно записываютъ дѣйствіе; вмѣсто дѣленія они указываютъ умноженіе. Тогда надо прибѣгнуть къ способу, который помѣщенъ въ 1 вып. Метод. § 35.

95. Задачи на тройное правило. Этотъ типъ является здѣсь впервые, и потому укажемъ, какъ его разработать. Задачи на простое тройное правило, по способу приведенія къ единицѣ, рѣшаются 2 дѣйствіями: дѣленіемъ и умноженіемъ. Главная трудность состоитъ въ томъ, что дѣти не сознаютъ пользы перехода черезъ единицу, или смысла приведенія къ единицѣ. Поэтому необходимо сперва рѣшить нѣсколько вопросовъ, гдѣ бы отъ опредѣленнаго числа вещей былъ переходъ къ одной вещи, а отъ одной вещи къ опредѣленному числу вещей. „Въ 3 тетрадахъ 6 листовъ“. — „Что изъ этого можно узнать?“ — „Можно узнать, сколько листовъ въ одной тетради“. Эта задача записывается и объясняется. Потомъ продѣлываются еще подобныя примѣры. Затѣмъ берется задача обратная: „1 карандашъ стоитъ 3 коп.“ „Что изъ этого можно узнать?“ — „Сколько стоятъ 6 карандашей, 5, 10, 20, 30, 40“. Послѣ этихъ подготовительныхъ работъ возможно уже приступить къ темъ. Идутъ обыкновенныя задачи изъ сборника.

Въ задачѣ „1½ фунта сыру стоятъ 75 коп. Сколько стоитъ фунтъ?“ привести лучше всего къ полуфунту, т.-е. узнать цѣну полуфунта, а по ней уже легко найти и стоимость цѣлаго фунта. Подобнымъ образомъ рѣшаются и другія, сходныя съ этой, задачи.

96. Способъ пропорціональнаго измѣненія. Задача: „Фунтъ серебра стоитъ 25 руб. Сколько стоятъ 48 золотниковъ серебра?“ Приведеніемъ къ 1 золотн. рѣшать неудобно, такъ какъ получаются 96-ая доли. Вмѣсто этого мы воспользуемся тѣмъ, что 48 золотниковъ составляютъ полфунта ($96 : 48 = 2$), и, слѣд., 25 руб. надо раздѣлить пополамъ. Здѣсь, съ измѣненіемъ количества серебра вдвое, уменьшилась во столько же разъ и стоимость. Отсюда и названіе способа.

97. „Одно число равно 232, а другое на 191 больше. Чему равны оба числа вмѣстѣ? (№ 294). Примѣромъ этого типа служить еще задача: „Жена добываетъ въ годъ 115 руб., а мужъ на 108 руб. больше. Сколько они добываютъ вдвоемъ?“ (№ 293). Часто дѣти, сложивши 115 съ 108, объявляютъ, что задача кончена, что это и есть отвѣтъ. Происходитъ подобная ошибка, несомнѣнно, отъ

того, что или слабо понято условіе или не достаточно ярко выдѣлено значеніе числа 108. Прибѣгаемъ къ наглядности. Рисуемъ на классной доскѣ двѣ фигуры, мужскую и женскую, и подписываемъ подъ первой и подъ второй соотвѣтствующія числа, при чемъ спрашиваемъ: „вотъ эта жена сколько зарабатываетъ?“ — 115 руб.“ — А мужъ дѣйствительно ли зарабатываетъ 108 рублей?“ — „Нѣтъ“ (тогда выйдетъ, что мужъ получаетъ меньше жены, а это въ крестьянствѣ бываетъ рѣдко). „Не 108, а на 108 больше“. — „Такъ что вы сперва узнали?“ (предполагая, что дѣти сдѣлали попытку рѣшить задачу). — „Мы узнали, сколько получаетъ мужъ“. — „Что вы узнали потомъ?“ — „Узнали, сколько получаютъ вдвоемъ мужъ и жена.“

93. Дѣленіе числа на разностно-неравныя части. „Въ 2 коробкахъ 205 карандашей. Въ одной больше, чѣмъ въ другой, на 137 штукъ. Сколько карандашей въ малой коробкѣ?“ Эта задача рѣшается 2 дѣйствіями: вычитаніемъ и дѣленіемъ ($205 - 137 = 68$, $68 : 2 = 34$). А вычитаніе и дѣленіе — дѣйствія, обратныя сложению и умноженію; слѣд., это задача обратная. Всякая обратная задача будетъ сознательно рѣшаться только въ томъ случаѣ, когда дѣти понимаютъ соотвѣтствующую прямую, т.-е. содержащую сложение и умноженіе. Какова же въ данномъ случаѣ соотвѣтствующая прямая задача? Условіе ея можетъ быть слѣдующее. „Въ 1 коробкѣ 38 карандашей, а въ другой на 274 болѣе. Сколько карандашей въ обѣихъ коробкахъ?“ Первое рѣшеніе этой задачи: $38 + 274 = 312$, $312 + 38 = 350$. Но есть еще другое рѣшеніе и вотъ оно-то составляетъ ключъ къ рѣшенію нашей обратной задачи; ходъ его таковъ: „если бы обѣ коробки были малыя, то въ нихъ было бы $38 \times 2 = 76$ карандашей; но одна коробка содержитъ лишнихъ 274 штуки, слѣд., сумма равна $76 + 274 = 350$ “. Изъ этого рѣшенія выводимъ, что сумма состоитъ изъ лишнихъ (274) карандашей и изъ 2 малыхъ коробокъ. слѣд., и обратно, если дана сумма, то надо сперва отнять лишніе карандаши, и тогда остатокъ выразитъ собой 2 малыхъ коробки.

Такъ и вообще, чтобы помочь рѣшенію обратныхъ задачъ, полезно продѣлывать передъ нимъ соотвѣтствующія прямыя.

ДНЕВНИКЪ ЗАНЯТІЙ^{*)}.

Дѣйствія въ предѣлѣ 100.

15 сент. 1 ур. Сложеніе полныхъ десятокъ съ единицами и обратно. Устный счетъ (1). Задачи на сложеніе: 1—4.

16 сент. 2 ур. Сложеніе двузначнаго числа съ однозначнымъ, когда отъ сложенія единицъ не получается десятка. Устный счетъ (2). Задачи: 4—9.

18 сент. 3 ур. Сложеніе двузначнаго числа съ полными десятками. Устный счетъ (3). Задачи: 9—14.

19 сент. 4 ур. Самостоят. раб.: сложеніе и вычитаніе полныхъ десятокъ (повтореніе). Примѣры: 1 по 10.

22 сент. 5 ур. Сложеніе двузначныхъ чиселъ, когда отъ сложенія единицъ не получается десятка. Примѣры устн. сч. (4). Задачи: 14—19.

23 сент. 6 ур. Сложеніе въ предѣлѣ 100, когда отъ сложенія единицъ получается ровно десятокъ. Примѣры устн. сч. (5) Задачи: 19—25.

25 сент. 7 ур. Сложеніе двузначнаго числа съ однозначнымъ, когда сумма единицъ превышаетъ десятокъ. Примѣры устн. сч. (6). Задачи: 25—29.

28 сент. 8 ур. Самост. раб.: сложеніе и вычитаніе въ пред. 20 (повтореніе). Примѣры: 1 по 8.

29 сент. 9 ур. Сложеніе двузначнаго числа съ двузначнымъ, когда сумма единицъ превышаетъ десятокъ. Примѣры устн. сч. (7). Задачи: 29—31.

30 сент. 10 ур. Повтореніе сложенія въ пред. 100. Примѣры устн. сч. (8). Задачи: 31—33.

2 окт. 11 ур. Вычитаніе изъ двузначнаго числа нѣсколькихъ десятковъ или нѣсколькихъ единицъ. Примѣры устн. сч. (9). Задачи: 33—39.

^{*)} Задачи, примѣры для устнаго счета и для самост. работъ взяты изъ задачника Беляева, вып. II.

3 окт. 12 ур. Самост. раб.: сложеніе въ предѣлѣ 100, когда сумма единиц не превышаетъ десятка. Примѣры: 1—15.

5 окт. 13 ур. Самост. раб. То же, что и на предыдущемъ ур.

6 окт. 14 ур. Вычитаніе двузначнаго числа изъ двузначнаго, безъ занимающаго десятка. Устный сч. (10). Задачи: 39—44.

7 окт. 15 ур. Вычитаніе однозначнаго числа изъ полныхъ десятковъ. Устный сч. (11). Задачи: 44—48.

9 окт. 16 ур. Вычитаніе двузначнаго числа изъ полныхъ десятковъ. Устный сч. (12). Задачи: 48—51.

10 окт. 17 ур. Самост. раб.: сложеніе въ пред. 100, когда сумма единиц равна десятку или больше десятка. Примѣры: 15 по 28.

12 окт. 18 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ ур.

13 окт. 19 ур. Вычитаніе однозначн. числа изъ двузначнаго, когда приходится занимать десятковъ. Устный сч. (13). Задачи: 51—57.

14 окт. 20 ур. Вычитаніе двузначн. числа изъ двузначнаго, когда приходится занимать десятковъ. Устн. сч. (14). Задачи: 57—63.

16 окт. 21 ур. Таблица умноженія 3-хъ. Устный сч. (15). Задачи: 63—69.

19 окт. 22 ур. Самост. раб.: вычитаніе въ пред. 100. Примѣры: 1 по 18.

20 окт. 23 ур. Таблица умноженія 4-хъ. Устный сч. (16). Задачи: 69—75.

23 окт. 24 ур. Таблица умноженія 5-ти. Устный сч. (17). Задачи: 75—83.

24 окт. 25 ур. Самост. раб.: умноженіе 3-хъ, 4-хъ и 5-ти на однозначныя числа. Примѣры: 1—15.

26 окт. 26 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ ур.

27 окт. 27 ур. Таблица умноженія 6-ти. Устный сч. (18). Задачи: 83—91.

28 окт. 28 ур. Таблица умноженія 8-ми. Устный сч. (19). Задачи: 91—99.

29 окт. 29 ур. Таблица умноженія 9-ти. Устный сч. (20). Задачи: 99—109.

31 окт. 30 ур. Самост. раб.: умноженіе 6, 8 и 9 на однозначныя числа. Примѣры: 15—29.

2 н. 31 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ ур.

3 н. 32 ур. Таблица умноженія 7-ми. Устный сч. (21). Задачи: 109—117.

4 н. 33 ур. Умноженіе двузначнаго числа на однозначное, когда отъ умноженія единицъ получается не болѣе десятка. Устный сч. (22). Задачи: 110—125.

5 н. 34 ур. Таблица Пиеагора. Умноженіе двузначнаго числа на однозначное, когда отъ умноженія единицъ получается болѣе десятка. Устный сч. (23). Задачи: 125—134.

7 н. 35 ур. Самост. раб.: таблица умноженія 7-ми на однозначныя числа; повтореніе всей таблицы умноженія. Примѣры: 29—43.

9 н. 36 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ ур.

10 н. 37 ур. Умноженіе однозначнаго числа на двузначное, когда отъ умноженія на единицы получается не болѣе десятка. Устный сч. (24). Задачи: 134—142.

11 н. 38 ур. Умноженіе однозначнаго числа на двузначное, когда отъ умноженія на единицы получается болѣе десятка. Устный сч. (25). Задачи: 142—150.

12 н. 39 ур. Повтореніе таблицы умноженія 3-хъ. Дѣленіе на тройки (при помощи таблицы). Устный сч. (26). Задачи: 150—157.

16 н. 40 ур. Самост. раб.: повтореніе таблицы умноженія. Примѣры: 43—57.

17 н. 41 ур. Повтореніе таблицы умноженія 4-хъ. Дѣленіе на 4 равныя части (по таблицѣ). Обозначеніе дробей: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$. Задачи: 157—164.

18 н. 42 ур. Повтореніе таблицы умноженія 5-ти. Дѣленіе на пятки (по таблицѣ). Устный сч. (27). Задачи: 164—171.

19 н. 43 ур. Повтореніе таблицы умноженія 6-ти. Дѣленіе на шестерки (по таблицѣ). Устный сч. (28). Задачи: 171—178.

23 н. 44 ур. Самост. раб.: умноженіе двузначнаго числа на однозначное и однозначнаго на двузначное. Примѣры: 57 по 70.

24 н. 45 ур. Повтореніе таблицы умноженія 7-ми. Дѣленіе на семерки (по таблицѣ). Устный сч. (29). Задачи: 178—185.

25 н. 46 ур. Повтореніе таблицы умноженія 8-ми. Дѣленіе на 8 равныхъ частей (по таблицѣ). Восьмушки. Обозначеніе восьмыхъ долей. Задачи: 185—192.

28 н. 47 ур. Повтореніе таблицы умноженія 9-ти. Дѣленіе на девятки (по таблицѣ). Устный сч. (30). Задачи: 192—199.

30 н. 48 ур. Самост. раб.: дѣленіе двузначнаго числа на однозначное, когда частное не превышаетъ десяти. Примѣры: 1—17.

1 д. 49 ур. Дѣленіе двузначнаго числа на однозначное, когда

число десятковъ дѣлится безъ остатка на данного дѣлителя. Дѣленіе полныхъ десятковъ на равныя части. Устный сч. (31). Задачи: 199—206.

3 д. 50 ур. Дѣленіе двузначнаго числа на однозначное, когда отъ дѣленія десятковъ получается остатокъ. Устный сч. (32). Задачи: 206—213.

4 д. 51 ур. Дѣленіе двузначнаго числа на двузначное, безъ остатка. Устный сч. (33). Задачи: 213—220.

5 д. 52 ур. Дѣленіе двузначнаго числа на двузначное, съ остаткомъ. Устный сч. (34). Задачи: 220—227.

7 д. 53 ур. Самост. раб.: дѣленіе двузначнаго числа на однозначное, когда частное двузначное. Примѣры: 17—31.

8 д. 54 ур. Бѣглый счетъ (35). Задачи на всѣ дѣйствія (обращеніе крупныхъ мѣръ въ мелкія): 227—234.

9 д. 55 ур. Бѣглый счетъ (36). Задачи на всѣ дѣйствія: 234—241 (обращеніе мелкихъ мѣръ въ крупныя).

10 д. 56 ур. Бѣглый счетъ (37). Задачи на всѣ дѣйствія: 241—248 (нахожденіе части числа).

12 д. 57 ур. Самост. раб.: дѣленіе двузначнаго числа на двузначное, безъ остатка. Примѣры: 31—47.

14 д. 58 ур. Самост. раб.: то же, что и на прелыдущемъ ур.

15 д. 59 ур. Бѣглый счетъ по таблицѣ Пифагора. Задачи на всѣ дѣйствія: 248—255 (простѣйшіе примѣры на тройное правило).

16 д. 60 ур. Бѣглый счетъ по таблицѣ Пифагора. Задачи на всѣ дѣйствія: 255—262 (нахожденіе цѣлаго числа по данной его части).

17 д. 61 ур. Бѣглый счетъ. Рѣшеніе неопредѣленныхъ вопросовъ (38). Задачи на всѣ дѣйствія: 262—267 (простѣйшіе примѣры пропорціональнаго дѣленія).

19 д. 62 ур. Задачи на всѣ дѣйствія: 267—273 (способъ пропорціональнаго измѣненія).

Самост. раб.: дѣленіе двузначнаго числа на двузначное, съ остаткомъ. Примѣры: 47—63.

Дѣйствія въ предѣлѣ 1000.

9 янв. 63 ур. Счетъ сотнями въ предѣлѣ 1000, на предметахъ и отвлеченно. Откладываніе трехзначныхъ чиселъ на счетахъ. Письменное обозначеніе трехзначныхъ чиселъ. Задачи: 273—279.

11 янв. 64 ур. Самост. раб.: дѣленіе въ предѣлѣ 100, когда частное выражается цѣлымъ числомъ съ долями. Примѣры: 63—по 78.

12 янв. 65 ур. Счетъ десятками и единицами въ предѣлѣ 1000, на предметахъ и отвлеченно, прямо и обратно. Откладываніе рублей и копеекъ на счетахъ. Обращеніе сотенъ въ десятки и десятковъ въ сотни. Задачи: 279—285.

13 янв. 66 ур. Сложеніе въ предѣлѣ 1000, когда отъ сложенія единицъ не получается десятка, а отъ сложенія десятковъ — сотни. Устный сч. (39). Задачи: 285—291.

14 янв. 67 ур. Устное сложеніе десятковъ, когда сумма выходитъ за предѣлѣ 100 (40). Письменное сложеніе трехзначныхъ чиселъ съ превращеніемъ единицъ въ десятки или десятковъ въ сотни (напр. $216+328$, $481+165$).

16 янв. 68 ур. Самост. раб.: всѣ дѣйствія въ предѣлѣ 100. Примѣры на обращеніе мелкихъ мѣръ въ крупныя: 1—15.

18 янв. 69 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокѣ.

19 янв. 70 ур. Устный сч. на сложеніе десятковъ (41). Письменное сложеніе: то же, что на 67 ур. Задачи: 291—297.

20 янв. 71 ур. Устный сч. (42). Письменное сложеніе трехзнач. чиселъ, съ превращеніемъ единицъ въ десятки и десятковъ въ сотни (напр. $456+458$).

21 янв. 72 ур. Сложеніе на счетахъ. Задачи: 297—303.

23 янв. 73 ур. Устный сч. на сложеніе трехзнач. чис. (43).

Самост. раб.: всѣ дѣйствія въ предѣлѣ 100. Примѣры на обращеніе мелкихъ мѣръ въ крупныя: 15—по 28.

25 янв. 74 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокѣ.

26 янв. 75 ур. Устный сч. на сложеніе чиселъ близкихъ къ круглымъ (44). Повтореніе сложенія. Задачи: 303—309.

27 янв. 76 ур. Вычитаніе въ предѣлѣ 1000, когда не приходится занимать. Устный сч. (45). Задачи: 309—315.

28 янв. 77 ур. Устное вычитаніе десятковъ, когда уменьшаемое выходитъ за предѣлѣ 100 (46). Письменное вычитаніе, съ занятіемъ.

30 янв. 78 ур. Устный сч. на сложеніе именован. чиселъ (47). Самост. раб.: примѣры на обращеніе крупныхъ мѣръ въ мелкія и сложеніе въ предѣлѣ 1000: 1—25.

1 ф. 79 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокъ.

3 ф. 80 ур. Устный сч. на вычитаніе чиселъ, близкихъ къ круглымъ (48). Вычитаніе на счетахъ. Задачи: 315—321.

4 ф. 81 ур. Устный сч. (49). Задачи на вычитаніе: 321—327.

6 ф. 82 ур. Самост. раб.: умноженіе въ пред. 100 и сложеніе въ пред. 1000 (обращеніе крупныхъ мѣръ въ мелкія). Примѣры: 25 — по 36.

8 ф. 83 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокъ.

9 ф. 84 ур. Устный сч. (50). Задачи на вычитаніе: 327—333 (найти числа по данной суммѣ и разности ихъ).

10 ф. 85 ур. Сложеніе и вычитаніе на счетахъ. Задачи: 333—339.

11 ф. 86 ур. Письмо таблицы умноженія и повтореніе ея. Устное умноженіе полныхъ десятковъ на однозначныя числа (51). Умноженіе трехзначныхъ чиселъ, когда не приходится превращать единицы въ десятки и десятки въ сотни. Задачи: 339—345.

13 ф. 87 ур. Самост. раб.: вычитаніе въ пред. 1000, при чемъ дѣйствіе записывается въ строку. Примѣры: 1—15.

15 ф. 88 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокъ. Примѣры: 1—15.

16 ф. 89 ур. Устное умноженіе полныхъ десятковъ (52). Письменное умноженіе многознач. числа на однозначное, съ превращеніемъ единицъ въ десятки и десятковъ въ сотни. Задачи: 345—351.

17 ф. 90 ур. Устный сч. (53). Письм. умноженіе многознач. числа на однозначное. Задачи: 351—355 (вычисленіе дохода).

18 ф. 91 ур. Умноженіе на полные десятки. Устный сч. (54). Задачи: 357—363.

20 ф. 92 ур. Самост. раб.: письменное вычитаніе, при чемъ дѣйствіе располагается въ столбецъ. Примѣры: 15—29.

22 ф. 93 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокъ.

23 ф. 94 ур. Умноженіе на полные десятки. Устный сч. (55). Задачи: 363—369.

24 ф. 95 ур. Устный сч. (56). Задачи на умноженіе: 369—375 (тройное правило).

1 м. 96 ур. Самост. раб.: письм. вычитаніе въ пред. 1000; записываніе столбцомъ. Примѣры: 29 — по 40.

2 м. 97 ур. Устный сч. (57). Умноженіе двузначнаго числа на двузначное.

3 м. 98 ур. Устный сч. (58). Задачи на умноженіе двузначнаго числа на двузначное: 375—381.

4 м. 99 ур. Устный сч. (59). Задачи на умноженіе трехзначн. числа на двузначное: 381—387.

6 м. 100 ур. Самост. раб.: умноженіе трехзначн. числа на однозначное (нахожденіе цѣлаго по одной его долѣ). Примѣры: 1—14.

8 м. 101 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокѣ.

9 м. 102 ур. Умноженіе однозначн. числа на трехзначное. Устный сч. (60). Задачи: 387—393.

10 м. ур. 103 Дѣленіе многозначнаго числа на однозначное, когда всѣ разряды дѣляимаго дѣлятся прямо на дѣлителя. Дѣленіе (по таблицѣ умноженія) чиселъ, выраженныхъ круглыми десятками. Устный сч. (61). Задачи: 393—399.

11 м. 104 ур. Дѣленіе многозначнаго числа на однозначное, когда сотни приходится раздроблять въ десятки, а десятки въ единицы. Устный сч. (62). Задачи: 399—405.

13 м. 105 ур. Самост. раб.: умноженіе на полные десятки (задачи на тройное правило). Примѣры: 14—27.

15 м. 106 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокѣ.

16 м. 107 ур. Устный сч. (63). Задачи: 405—411.

17 м. 108 ур. Устный сч. (64). Задачи: 411—417.

18 м. 109 ур. Дѣленіе на 10, 20, 30 и т. д. Устный сч. (65). Задачи: 417—422.

20 м. 110 ур. Самост. раб.: умноженіе двузначнаго числа на двузначное. Примѣры: 27—37.

22 м. 111 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокѣ.

23 м. 112 ур. Дѣленіе на двузначное число. Устный сч. (66). Задачи: 422—427.

24 м. 113 ур. Устный сч. (67). Задачи: 427—432.

27 м. 114 ур. Самост. раб.: умноженіе двузначнаго числа на двузначное (задачи на опредѣленіе стоимости, когда количество выражено смѣшаннымъ числомъ). Примѣры: 37—по 49.

29 м. 115 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокѣ.

30 м. 116 ур. Устный сч. (68). Задачи: 432—437.

31 м. 117 ур. Дѣленіе на трехзначное число. Устный сч. (69). Задачи: 438—442.

1 апр. 118 ур. Устный сч. (70). Рѣшеніе задачъ на счетахъ: 442—447.

3 апр. 119 ур. Самост. раб.: дѣленіе на однозначное число. Примѣры: 1—13.

5 апр. 120 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокъ.

6 апр. 121 ур. Устное умноженіе и дѣленіе чиселъ, близкихъ къ круглымъ (71). Задачи на всѣ дѣйствія (пропорціональное дѣленіе): 447—452.

7 апр. 122 ур. Устное дѣленіе на 4 и на 8, послѣдовательнымъ раздвоеніемъ (72). Задачи на всѣ дѣйствія (тройное правило): 452—457.

8 апр. 123 ур. Устное умноженіе и дѣленіе на 5 и 25 (73). Задачи на всѣ дѣйствія (сложеніе и дѣленіе по содержанию): 457—462.

10 апр. 124 ур. Самост. раб.: дѣленіе на двузначное число. Примѣры, въ которыхъ дѣлитель выраженъ составн. именов. числомъ: 13—25.

26 апр. 125 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокъ.

28 апр. 126 ур. Устное сложеніе и вычитаніе долей (74). Задачи на всѣ дѣйствія: 462—467 (найти числа по данной суммѣ ихъ и разности).

29 апр. 127 ур. Устное сложеніе и вычитаніе составн. именов. чиселъ (75). Задачи на всѣ дѣйствія: 467—472 (вычисленіе дохода).

1 м. 128 ур. Самост. раб.: повтореніе умноженія въ пред. 1000 (задачи на опредѣленіе стоимости, когда количество выражено составн. именов. числомъ). Примѣры на умноженіе: 50—по 61.

3 м. 129 ур. Самост. раб.: то же, что и на предыдущемъ урокъ.

4 м. 130 ур. Устный сч.: нахожденіе задуманныхъ чиселъ (76). Задачи на всѣ дѣйствія: 472—477 (вычисленіе прибыли и убытка).

5 м. 131 ур. Устный сч.: рѣшеніе неопредѣленныхъ вопросовъ (77). Задачи на всѣ дѣйствія: 477 — по 481. (расцѣнка товара).

8 м. 132 ур. Самост. раб.: повтореніе дѣленія въ предѣлѣ 1000; примѣры на дѣленіе: съ 25 по 40.

10 м. 133 ур. Самост. раб.: повтореніе дѣленія въ предѣлѣ 1000 (то же, что и на предыдущемъ ур.).

11 м. 134 ур. и 12 м. 135 ур. Рѣшеніе нѣкоторыхъ задачъ, пропущенныхъ въ теченіе года.

ОТВѢТЫ НА ПРИМѢРЫ ДЛЯ САМОСТОЯТ. РАБОТЪ

Сложеніе и вычитаніе десятковъ. 1. $30 + 20 + 10 + 10 + 10 = 80$, 2. $10 + 30 + 10 + 10 + 10 = 70$, 3. $20 + 20 + 10 + 20 + 10 = 90$, 4. $10 + 10 + 10 + 10 + 20 = 60$, 5. $10 + 10 + 20 + 10 + 40 = 90$, 6. $10 + 10 + 10 + 20 + 10 = 60$, 7. $10 + 10 + 10 + 40 + 10 + 20 = 90$, 8. $10 + 10 + 20 + 10 + 40 = 90$, 9. $20 + 10 + 30 + 10 + 30 + 10 = 100$, 10. $20 + 10 + 20 + 10 + 20 = 80$.

Сложеніе и вычитаніе съ предѣломъ 20. 1. $4 + 4 + 2 + 2 + 2 = 14$, 2. $2 + 6 + 2 + 2 + 2 = 14$, 3. $4 + 4 + 2 + 4 + 4 = 18$, 4. $2 + 2 + 2 + 2 + 4 = 12$, 5. $2 + 2 + 2 + 2 + 8 = 16$, 6. $2 + 2 + 2 + 4 + 2 = 12$, 7. $2 + 2 + 8 + 2 + 4 = 18$, 8. $2 + 2 + 4 + 2 + 8 = 18$.

Сложеніе въ предѣлѣ 100. 1. $2 + 5 + 4 + 1 + 1 = 13$, 2. $2 + 2 + 2 + 10 + 2 = 18$, 3. $3 + 10 + 4 + 3 + 1 = 21$, 4. $2 + 3 + 5 + 3 + 10 = 23$, 5. $4 + 1 + 2 + 5 + 5 = 17$, 6. $1 + 8 + 11 + 1 + 1 = 22$, 7. $10 + 40 + 1 + 1 + 1 = 53$, 8. $10 + 10 + 6 + 1 + 1 = 28$, 9. $10 + 10 + 10 + 7 + 1 = 38$, 10. $3 + 1 + 2 + 2 + 1 = 9$, 11. $20 + 10 + 6 + 1 + 2 = 39$, 12. $20 + 20 + 1 + 3 + 6 = 50$, 13. $3 + 1 + 10 + 10 + 2 = 26$, 14. $10 + 20 + 20 + 10 + 10 = 70$, 15. $4 + 4 + 1 + 20 + 10 = 39$, 16. $20 + 10 + 20 + 1 + 10 = 61$, 17. $17 + 16 + 15 + 10 + 20 = 78$, 18. $20 + 10 + 30 + 10 + 20 = 90$, 19. $10 + 10 + 10 + 20 + 20 = 70$, 20. $10 + 20 + 10 + 10 + 20 = 70$, 21. $10 + 10 + 20 + 20 + 20 = 80$, 22. $20 + 20 + 20 + 30 + 10 = 100$, 23. $20 + 10 + 20 + 10 + 10 = 70$, 24. $20 + 10 + 10 + 20 + 30 = 90$, 25. $20 + 10 + 10 + 10 + 20 = 70$, 26. $3 + 9 + 10 + 5 + 20 = 47$, 27. $10 + 4 + 30 + 10 + 6 = 60$, 28. $4 + 1 + 30 + 5 + 10 = 50$.

Вычитаніе съ предѣломъ 100. 1. $4 + 21 + 24 + 25 + 24 = 98$, 2. $42 + 8 + 4 + 20 + 10 = 84$, 3. $14 + 16 + 18 + 11 + 24 = 83$, 4. $15 + 14 + 8 + 7 + 11 = 55$, 5. $9 + 10 + 1 + 9 + 8 = 37$, 6. $2 + 14 + 4 + 12 + 12 = 44$, 7. $13 + 15 + 4 + 7 + 10 = 49$,

8. $19 + 15 + 18 + 20 + 14 = 86$, 9. $18 + 15 + 32 + 6 + 2 = 73$,
 10. $28 + 5 + 8 + 10 + 8 = 59$, 11. $16 + 12 + 6 + 10 + 13 = 57$,
 12. $42 + 10 + 33 + 5 + 1 = 91$, 13. $14 + 11 + 9 + 11 + 12 =$
 $= 57$, 14. $10 + 22 + 8 + 4 + 5 = 49$, 15. $27 + 5 + 10 + 28 +$
 $+ 2 = 72$, 16. $7 + 8 + 7 + 14 + 21 = 57$, 17. $13 + 2 + 11 +$
 $+ 7 + 16 = 49$, 18. $19 + 10 + 13 + 12 + 9 = 63$.

Умноженіе въ предѣлѣ 100. 1. $5 + 4 + 12 + 8 + 15 + 17 + 9 +$
 $+ 4 = 74$, 2. $6 + 6 + 9 + 8 + 9 + 8 + 6 + 9 = 61$, 3. $9 + 9 +$
 $+ 5 + 3 + 4 + 9 + 8 + 5 = 52$, 4. $6 + 7 + 7 + 5 + 9 + 8 + 9 +$
 $+ 9 = 60$, 5. $6 + 9 + 12 + 1 + 12 + 3 + 16 + 16 = 75$, 6. $9 +$
 $+ 12 + 5 + 14 + 8 + 8 + 9 + 9 = 74$, 7. $8 + 9 + 6 + 8 + 8 +$
 $+ 9 + 15 + 18 = 81$, 8. $8 + 16 + 8 + 18 + 8 + 18 + 15 + 9 =$
 $= 100$, 9. $7 + 5 + 24 + 25 + 2 + 7 + 12 + 6 = 88$, 10. $8 +$
 $+ 11 + 9 + 6 + 3 + 16 + 5 + 23 = 81$, 11. $18 + 6 + 5 + 5 +$
 $+ 12 + 10 + 8 + 16 = 80$, 12. $8 + 7 + 9 + 3 + 10 + 18 + 17 +$
 $+ 20 = 92$, 13. $5 + 14 + 12 + 10 + 13 + 19 + 2 + 2 = 77$,
 14. $9 + 7 + 9 + 9 + 9 + 8 + 16 + 9 = 76$, 15. $6 + 40 + 2 +$
 $+ 5 + 4 + 12 = 69$, 16. $4 + 8 + 18 + 9 + 6 + 8 = 53$, 17. $3 +$
 $+ 8 + 6 + 3 + 3 + 5 = 28$, 18. $8 + 8 + 6 + 9 + 6 + 8 = 45$,
 19. $7 + 8 + 6 + 5 + 5 + 18 = 49$, 20. $4 + 9 + 4 + 5 + 8 + 11 =$
 $= 41$, 21. $9 + 4 + 6 + 7 + 6 + 4 = 36$, 22. $4 + 9 + 12 + 8 +$
 $+ 16 + 32 = 81$, 23. $9 + 9 + 16 + 9 + 5 + 18 = 66$, 24. $8 +$
 $+ 9 + 15 + 15 + 30 + 18 = 95$, 25. $12 + 36 + 20 + 4 + 8 +$
 $+ 15 = 95$, 26. $16 + 9 + 8 + 9 + 8 + 10 = 60$, 27. $8 + 18 +$
 $+ 8 + 6 + 8 + 4 = 52$, 28. $6 + 6 + 6 + 15 + 5 + 8 = 46$, 29. $9 +$
 $+ 7 + 9 + 9 + 8 + 18 = 60$, 30. $6 + 6 + 9 + 9 + 4 + 5 = 39$,
 31. $2 + 8 + 3 + 8 + 5 + 9 = 35$, 32. $7 + 6 + 7 + 4 + 9 + 8 =$
 $= 41$, 33. $9 + 7 + 6 + 8 + 8 + 7 = 45$, 34. $1 + 8 + 8 + 9 + 6 +$
 $+ 8 = 40$, 35. $10 + 4 + 7 + 8 + 8 + 6 = 43$, 36. $9 + 8 + 5 +$
 $+ 1 + 9 + 9 = 41$, 37. $8 + 9 + 8 + 9 + 6 + 2 = 42$, 38. $6 +$
 $+ 8 + 5 + 9 + 7 + 9 = 44$, 39. $16 + 9 + 7 + 10 + 3 + 9 = 54$,
 40. $7 + 9 + 11 + 8 + 7 + 9 = 51$, 41. $6 + 9 + 6 + 6 + 8 +$
 $+ 8 = 43$, 42. $5 + 4 + 3 + 6 + 9 + 9 = 36$, 43. $8 + 5 + 9 + 9 +$
 $+ 5 + 8 = 44$, 44. $14 + 2 + 12 + 8 + 9 + 9 = 54$, 45. $15 + 4 +$
 $+ 18 + 15 + 5 + 25 = 82$, 46. $21 + 9 + 25 + 7 + 5 + 15 = 82$,
 47. $18 + 18 + 6 + 14 + 15 + 14 = 85$, 48. $14 + 21 + 7 +$
 $+ 7 + 14 + 14 = 77$, 49. $16 + 16 + 17 + 15 + 4 + 8 = 76$,
 50. $8 + 16 + 16 + 14 + 9 + 15 = 78$, 51. $18 + 9 + 18 + 16 +$
 $+ 9 + 16 = 86$, 52. $8 + 18 + 15 + 15 + 12 + 10 = 78$, 53. $8 +$

+14+7+6+15+5=55, 54. 24+20+9+7+18+6=
=84, 55. 7+15+15+25+24+6=92, 56. 18+17+
+19+16+6+7=83, 57. 10+10+6+8+4+7+10=
=55, 58. 10+9+6+8+4+6+10=53, 59. 10+9+
+6+8+1+6+10=50, 60. 8+10+7+8+5+6=44,
61. 6+8+1+6+4+4=29, 62. 12+11+1+10+4+
+2=40, 63. 5+7+15+8+8+8=51, 64. 5+3+
+10+5+15+25=63, 65. 10+6+10+4+4+4=38,
66. 6+5+10+4+6+2=33, 67. 6+5+10+2+4+
+10=37, 68. 6+4+10+2+6+2=30, 69. 6+4+10+
+2+2+6=30, 70. 15+8+26+24+5+17=95.

Дѣленіе въ предѣлѣ 100. 1. 5+8+4+8+7+5+9+6=52,
2. 6+9+4+8+5+8+7+6+7=60, 3. 7+9+5+8+
+6+9+6+8+7=65, 4. 9+7+8+7+10+9+8+
+9=67, 5. 8+5+7+10+8+8+6+10+10=72,
6. 5+6+10+9+9+7+6+10+10=72, 7. 10+5+
+8+9+7+9+7+10+10=75, 8. 5+7+3+6+9+
+10+8+4=52, 9. 5+6+9+3+4+7+6+7=47,
10. 10+5+4+2+7+3+8+6=45, 11. 5+10+9+
+6+3+4+7+2=46, 12. 5+10+8+9+6+9+4+
+3=54, 13. 6+5+7+8+10+9+4+3=52, 14. 5+
+10+6+8+4+7+9=49, 15. 5+10+7+9+8+6+
+4+3=52, 16. 8+7+9+10+6+4+5=49, 17. 6+
+8+7+10+1+3+2=37, 18. 9+8+9+6+9+6=47,
19. 10+9+6+7+8+7=47, 20. 9+10+8+7+8+
+9=51, 21. 8+9+9+7+9+6=48, 22. 9+8+9+
+5+9+6=46, 23. 9+9+9+7+15+3=52, 24. 3+
+3+4+4+5+2=21, 25. 2+5+1+10+5+4+1=28,
26. 5+5+8+9+7+9+7=50, 27. 15+15+14+7+
+16+9+8=84, 28. 12+6+9+9+8+10+9=63,
29. 8+3+6+9+7+20+10=63, 30. 16+1+6+6+
+9+8+8=54, 31. 3+3+3+3+2+3+4=21, 32. 2+
+2+2+4+2+2+3=17, 33. 2+3+2+4+2+5+
+6=24, 34. 4+4+4+9+2+2+3=28, 35. 3+4+
+2+2+2+5+4=22, 36. 4+2+2+2+2+5+4=
=21, 37. 6+4+2+2+2+4+2=22, 38. 5+3+2+
+4+3+4+6=27, 39. 7+2+2+3+5+4+2=25,
40. 2+2+4+3+2+2+4=19, 41. 8+3+4+3+4+
+2+4=28, 42. 5+5+2+3+3+4+3=25, 43. 6+

$$\begin{aligned}
 &+6+3+2+2+2+3=24, \quad 44. 7+2+2+2+6+3+ \\
 &+6=28, \quad 45. 8+3+2+2+3+3+6=27, \quad 46. 9+2+ \\
 &+2+8+2+3+6=32, \quad 47. 2+2(8)+3+4+5+3(7)+ \\
 &+4(6)=23, \quad 48. 2+2(6)+3+4+3(4)+4(2)+5=23, \\
 &49. 5+6+5(10)+7+8+6(8)+7(6)=44, \quad 50. 8+8(4)+ \\
 &+2+3+2(10)+3(5)+4=30, \quad 51. 4+5+4(10)+5(5)+ \\
 &+5(9)+6+6(10)=35, \quad 52. 5+3+1(14)+2(8)+3(2)+ \\
 &+3(12)+1=18, \quad 53. 4+4(6)+5+5(10)+6(4)+6+5= \\
 &=35, \quad 54. 2+3+4+2(8)+2(18)+3(7)+3(17)=19, \quad 55. 2+ \\
 &+3+4+4(12)+4(2)+3(14)+3(4)=23, \quad 56. 2+3+4+ \\
 &+4(4)+2(22)+2(2)+1(16)=18, \quad 57. 2+3+4+3(15)+3 \\
 &(5)+2(20)+2(10)=19, \quad 58. 1(5)+1(15)+2+2(10)+2(20)+ \\
 &+3(5)+4=15, \quad 59. 2+3+2(6)+2(16)+2(26)+3(4)+3 \\
 &(1)=17, \quad 60. 9(1)+8(4)+6(10)+6(4)+4+2(30)+2(10)= \\
 &=37, \quad 61. 4(6)+4(2)+3(5)+3(2)+2(2)+2+1(15)=19, \\
 &62. 5(5)+5+4+2(10)+2(12)+1(25)+1(15)=20, \\
 &63. $8^{1/2}+3^{1/2}+17^{1/2}+11^{1/2}+5^{1/2}+4^{1/2}+3^{1/2}=54^{1/2}$, $64. 15^{1/2}+ \\
 &+12^{1/2}+6^{1/2}+1^{1/2}+4^{1/2}+8^{1/2}=48$, $65. 4^{1/2}+1^{1/2}+ \\
 &+15^{1/2}+9^{1/2}+3^{1/2}+2^{1/2}+2^{1/2}=39^{1/2}$, $66. 19^{1/2}+1^{1/2}+ \\
 &+4^{1/2}+1^{1/2}+2^{1/2}+1^{1/2}=29$, $67. 7^{1/2}+9^{1/2}+3^{1/2}+17^{1/2}+ \\
 &+1^{1/2}+10^{1/2}+1^{1/2}=50^{1/2}$, $68. 4+4^{1/4}+1+21^{1/4}+18^{1/4}+ \\
 &+16^{1/4}=65$, $69. 12+12^{1/4}+9+9^{1/4}+8^{1/4}+7^{1/4}=58$, $70. 8+ \\
 &+8^{1/4}+8^{3/4}+12+14+15=66$, $71. 22^{1/2}+17^{1/2}+12^{1/2}+ \\
 &+7^{1/2}+22+17=99$, $72. 4^{1/2}+1^{1/2}+18^{1/2}+16^{1/2}+14+ \\
 &+11=66$, $73. 3^{1/8}+6^{1/8}+7^{1/8}+10^{1/8}+12^{1/8}+4^{1/8}=42^{6/8}$, \\
 & $74. 4^{1/8}+5^{1/8}+8^{1/8}+9^{1/8}+11^{1/8}+8=45^{5/8}$, $75. 3+3^{1/8}+ \\
 &+3^{2/8}+3^{3/8}+4^{1/8}+11=27^{7/8}$, $76. 4^{1/2}+5^{1/2}+6^{1/2}+12+ \\
 &+5+2=35^{1/2}$, $77. 7^{1/2}+8^{1/2}+12^{1/2}+9+4+8=49^{1/2}$, \\
 & $78. 9^{1/2}+10^{1/2}+11^{1/2}+8+9+10=58^{1/2}$.
 \end{aligned}$$

Вся действія въ предѣлахъ 100. 1. $2+4+8+6+10=30$,
 2. $3+5+7+9+10=34$, 3. $2+4+6+5+3=20$, 4. $2+ \\
 +3+5+4+1=15$, 5. $27+17+19+12+7=82$, 6. $10+ \\
 +15+25+5+45=100$, 7. $16+13+18+6+28=81$,
 8. $5+15+25+8+16=69$, 9. $9+14+18+24+32=97$,
 10. $2+4+8+6+12=32$, 11. $2+4+8+6+5=25$,
 12. $14+16+17+19+20=86$, 13. $4+7+8+11+13= \\
 =43$, 14. $3+6+12+15+18=54$, 15. $1(4)+1(3)+1(1)+ \\
 +1(2)=4(10)$, 16. $1(10)+1(15)+1(20)+1(24)+1(36)= \\
 =6(45)$, 17. $1(10)+1(14)+1(22)+1(34)+1(40)=7(20)$,

18. $2 + 2(8) + 2(10) + 2(12) + 2(20) = 11(10)$, 19. $2 + 2(13) + 2(7) + 2(5) + 3 = 12$, 20. $2 + 3 + 2(12) + 2(6) + 3(6) = 14$, 21. $2 + 2(7) + 2(13) + 4(2) + 4(18) = 16$, 22. $2 + 2(8) + 3 + 3(8) + 4 = 15$, 23. $2 + 2(10) + 3(5) + 4 = 12$, 24. $2 + 6 + 6(8) + 7 + 8(4) = 30$, 25. $6 + 6(8) + 7 + 3 + 3(4) = 26$, 26. $6 + 7(5) + 8 + 8(5) + 9 = 39$, 27. $7 + 7(3) + 7(4) + 13 + 9 = 44$, 28. $8 + 8(2) + 8(6) + 6 + 12 = 43$.

Сложение въ предѣлахъ 1000. 1. $513 + 391 = 904$, 2. $320 + 630 = 950$, 3. $363 + 295 = 658$, 4. $364 + 372 = 736$, 5. $313 + 335 + 219 = 867$, 6. $358 + 225 + 328 = 911$, 7. $319 + 266 + 337 = 922$, 8. $319 + 315 + 335 = 969$, 9. $300 + 322 + 342 = 964$, 10. $313 + 333 + 345 = 991$, 11. $331 + 331 + 255 = 917$, 12. $332 + 252 + 374 = 958$, 13. $30 + 50 + 72 + 96 + 100 = 348$, 14. $32 + 54 + 70 + 90 + 96 = 342$, 15. $45 + 48 + 72 + 81 + 96 = 342$, 16. $52 + 60 + 72 + 96 + 100 = 380$, 17. $60 + 70 + 75 + 100 + 80 = 385$, 18. $65 + 95 + 85 + 70 + 60 = 375$, 19. $77 + 49 + 84 + 56 + 35 = 301$, 20. $48 + 72 + 96 + 84 + 60 = 360$, 21. $35 + 49 + 70 + 63 + 56 = 273$, 22. $24 + 48 + 72 + 96 + 80 = 320$, 23. $32 + 40 + 64 + 80 + 96 = 312$, 24. $30 + 50 + 70 + 90 + 100 = 340$, 25. $44 + 52 + 58 + 66 + 54 = 274$, 26. $66 + 58 + 52 + 46 + 62 = 284$, 27. $66 + 58 + 51 + 76 + 63 = 314$, 28. $58 + 50 + 59 + 64 + 76 = 307$, 29. $82 + 67 + 99 + 50 = 298$, 30. $50 + 100 + 82 + 53 = 285$, 31. $98 + 100 + 74 + 58 = 330$, 32. $47 + 60 + 52 + 47 + 67 = 273$, 33. $65 + 51 + 48 + 60 + 68 = 292$, 34. $58 + 51 + 45 + 54 + 68 = 276$, 35. $65 + 66 + 61 + 67 + 55 = 314$, 36. $74 + 67 + 60 + 77 + 66 = 344$.

Вычитаніе въ предѣлахъ 1000. 1. $100 + 200 + 8 + 6 + 200 + 200 + 50 + 60 = 824$, 2. $100 + 100 + 3 + 3 + 160 + 150 + 9 + 103 = 628$, 3. $140 + 10 + 109 + 8 + 170 + 60 + 100 + 100 = 697$, 4. $100 + 100 + 82 + 71 + 128 + 126 + 60 + 66 = 733$, 5. $60 + 120 + 105 + 105 + 20 + 110 + 140 + 30 = 690$, 6. $54 + 21 + 11 + 112 + 25 + 121 + 53 + 51 = 448$, 7. $103 + 12 + 103 + 9 + 52 + 71 + 55 + 57 = 462$, 8. $6 + 24 + 109 + 8 + 3 + 103 + 31 + 106 = 390$, 9. $71 + 59 + 74 + 6 + 181 + 173 + 205 + 185 = 954$, 10. $48 + 116 + 108 + 136 + 7 + 6 + 9 + 6 = 436$, 11. $7 + 9 + 11 + 9 + 9 + 8 + 9 + 116 = 178$, 12. $44 + 39 + 49 + 54 + 64 + 72 + 27 + 28 = 377$, 13. $92 + 180 + 63 + 64 + 155 + 125 = 679$, 14. $91 + 60 + 38 + 45 +$

+ 131 + 77 = 442, 15. 203 + 427 = 630, 16. 445 + 426 = 871,
 17. 436 + 124 = 560, 18. 118 + 118 = 236, 19. 209 + 206 =
 = 415, 20. 82 + 165 + 175 = 422, 21. 175 + 184 + 81 = 440,
 22. 92 + 264 + 164 = 520, 23. 285 + 291 + 273 = 849, 24. 182 +
 + 98 + 192 = 472, 25. 187 + 187 + 144 + 189 = 707, 26. 89 +
 + 289 + 176 + 258 = 812, 27. 249 + 187 + 147 + 258 = 841,
 28. 183 + 279 + 75 + 343 = 880, 29. 148 + 148 + 257 + 225 +
 + 219 = 997, 30. 126 + 117 + 228 + 117 + 148 = 736, 31. 109 +
 + 119 + 209 + 143 + 138 = 718, 32. 91 + 142 + 183 +
 + 171 + 151 = 738, 33. 172 + 94 + 263 + 194 + 192 = 915,
 34. 94 + 262 + 192 + 163 + 192 = 903, 35. 191 + 182 + 171 +
 + 192 + 82 = 818, 36. 188 + 89 + 179 + 189 + 188 = 833,
 37. 22 + 189 + 89 + 189 + 186 = 675, 38. 187 + 180 + 188 +
 + 159 + 178 = 892, 39. 274 + 11 + 187 + 89 + 186 = 747,
 40. 185 + 40 + 129 + 189 + 119 = 662.

Умноженіе въ предѣлѣ 1000. 1. 496 + 856 + 1072 + 718 = 3142,
 2. 508 + 958 + 756 + 536 = 2758, 3. 690 + 478 + 792 + 554 =
 = 2514, 4. 435 + 858 + 837 + 1158 = 3288, 5. 435 + 831 +
 + 414 + 1098 = 2778, 6. 584 + 616 + 624 + 668 = 2492, 7. 588 +
 + 624 + 704 + 792 = 2708, 8. 740 + 795 + 840 + 895 = 3270,
 9. 1494 + 1128 + 1662 + 996 = 5280, 10. 1141 + 1218 + 1295 +
 + 2072 = 5726, 11. 552 + 1352 + 1384 + 1504 = 4792, 12. 768 +
 + 696 + 1568 + 1496 = 4528, 13. 891 + 1791 + 1701 + 2403 =
 = 6786, 14. 50 + 300 + 100 + 400 = 850, 15. 30 + 300 + 270 +
 + 240 = 840, 16. 80 + 240 + 400 + 560 = 1280, 17. 60 + 180 +
 + 420 + 480 = 1140, 18. 100 + 200 + 400 + 600 = 1300, 19. 200 +
 + 1000 + 800 + 600 = 2600, 20. 120 + 600 + 960 + 840 = 2520,
 21. 160 + 480 + 800 + 640 = 2080, 22. 250 + 750 + 1000 +
 + 500 = 2500, 23. 150 + 300 + 600 + 900 = 1950, 24. 140 +
 + 280 + 560 + 980 + 700 = 2660, 25. 170 + 510 + 340 + 850 +
 = 1870, 26. 180 + 360 + 540 + 720 = 1800, 27. 495 + 448 +
 + 368 + 748 = 2059, 28. 528 + 490 + 384 + 726 = 2128, 29. 539 +
 + 588 + 400 + 946 = 2473, 30. 594 + 630 + 512 + 902 = 2638,
 31. 759 + 770 + 560 + 768 = 2857, 32. 540 + 330 + 704 + 575 =
 = 2149, 33. 576 + 360 + 720 + 800 = 2456, 34. 768 + 630 +
 + 880 + 825 = 3103, 35. 864 + 480 + 832 + 850 = 3026,
 36. 1008 + 540 + 848 + 1050 = 3446, 37. 3 p. 06 к. + 4 p. 47 к. +
 + 5 p. 85 к. + 7 p. 11 к. + 8 p. 25 к. = 28 p. 74 к., 38. 1002 + 915 +
 + 693 + 591 + 462 = 3663, 39. 4 p. 24 к. + 5 p. 32 к. + 6 p. 84 к. +

$+9 \text{ p. } 94 \text{ к. } +8 \text{ p. } 54 \text{ к. } = 34 \text{ p. } 88 \text{ к.},$ 40. $3 \text{ p. } 92 \text{ к. } +5 \text{ p. } 16 \text{ к. } +$
 $+8 \text{ p. } 76 \text{ к. } +8 \text{ p. } 50 \text{ к. } +7 \text{ p. } 14 \text{ к. } = 33 \text{ p. } 48 \text{ к.},$ 41. $6 \text{ p. } 12 \text{ к. } +$
 $+5 \text{ p. } 58 \text{ к. } +7 \text{ p. } 62 \text{ к. } +7 \text{ p. } 71 \text{ к. } +8 \text{ p. } 31 \text{ к. } = 35 \text{ p. } 34 \text{ к.},$
 42. $588 + 606 + 522 + 771 + 849 = 3336,$ 43. $994 + 931 + 889 +$
 $+595 + 637 = 4046,$ 44. $7 \text{ p. } 14 \text{ к. } +6 \text{ p. } 51 \text{ к. } +6 \text{ p. } 37 \text{ к. } +$
 $+5 \text{ p. } 95 \text{ к. } +9 \text{ p. } 03 \text{ к. } = 35 \text{ p.},$ 45. $8 \text{ p. } 16 \text{ к. } +6 \text{ p. } 80 \text{ к. } +$
 $+7 \text{ p. } 28 \text{ к. } +9 \text{ p. } 64 \text{ к. } +6 \text{ p. } 52 \text{ к. } = 38 \text{ p. } 40 \text{ к.},$ 46. $8 \text{ p. } 10 \text{ к. } +$
 $+7 \text{ p. } 65 \text{ к. } +4 \text{ p. } 59 \text{ к. } +5 \text{ p. } 49 \text{ к. } +9 \text{ p. } 27 \text{ к. } = 35 \text{ p. } 10 \text{ к.},$ 47. $990 + 539 + 517 + 891 + 957 = 3894,$ 48. $5 \text{ p. } 52 \text{ к. } +$
 $+10 \text{ p. } 20 \text{ к. } +9 \text{ p. } 96 \text{ к. } +6 \text{ p. } 00 \text{ к. } +4 \text{ p. } 92 \text{ к. } = 36 \text{ p. } 60 \text{ к.},$ 49. $9 \text{ p. } 90 \text{ к. } +9 \text{ p. } 15 \text{ к. } +8 \text{ p. } 55 \text{ к. } +8 \text{ p. } 25 \text{ к. } +$
 $+7 \text{ p. } 65 \text{ к. } = 43 \text{ p. } 50 \text{ к.},$ 50. $603 + 801 = 1404,$ 51. $7 \text{ p. } 83 \text{ к. } +6 \text{ p. } 96 \text{ к. } = 14 \text{ p. } 79 \text{ к.},$ 52. $8 \text{ p. } 75 \text{ к. } +7 \text{ p. } = 15 \text{ p. } 75 \text{ к.},$ 53. $7 \text{ p. } 68 \text{ к. } +6 \text{ p. } 72 \text{ к. } = 14 \text{ p. } 40 \text{ к.},$ 54. $7 \text{ p. } 8 \text{ к. } +$
 $+8 \text{ p. } 22 \text{ к. } +10 \text{ p. } 2 \text{ к. } = 25 \text{ p. } 32 \text{ к.},$ 55. $7 \text{ p. } 84 \text{ к. } +5 \text{ p. } 88 \text{ к. } +6 \text{ p. } 86 \text{ к. } = 20 \text{ p. } 58 \text{ к.},$ 56. $949 + 793 + 728 = 2470,$ 57. $972 + 648 + 864 = 2484,$ 58. $2 \text{ p. } 53 \text{ к. } +2 \text{ p. } 99 \text{ к. } +5 \text{ p. } 29 \text{ к. } +4 \text{ p. } 60 \text{ к. } = 15 \text{ p. } 41 \text{ к.},$ 59. $4 \text{ p. } 18 \text{ к. } +5 \text{ p. } 94 \text{ к. } +$
 $+6 \text{ p. } 38 \text{ к. } +6 \text{ p. } 16 \text{ к. } = 22 \text{ p. } 66 \text{ к.},$ 60. $7 \text{ p. } 44 \text{ к. } +5 \text{ p. } 94 \text{ к. } +5 \text{ p. } 58 \text{ к. } +4 \text{ p. } 74 \text{ к. } = 23 \text{ p. } 70 \text{ к.},$ 61. $9 \text{ p. } 90 \text{ к. } +$
 $+8 \text{ p. } 91 \text{ к. } +6 \text{ p. } 93 \text{ к. } +7 \text{ p. } 92 \text{ к. } = 33 \text{ p. } 66 \text{ к.}$

Дѣленіе въ предѣлахъ 1000. 1. $228 + 368 = 596.$ 2. $227 + 243 = 470,$ 3. $124 + 232 = 356,$ 4. $117 + 193 = 310,$ 5. $66 +$
 $+107 + 114 = 287,$ 6. $112 + 81 + 162 = 355.$ 7. $112 + 62 +$
 $+72 = 246,$ 8. $135 + 42 + 52 = 229,$ 9. $81 + 87 + 61 + 28 =$
 $= 257.$ 10. $91 + 78 + 64 + 14 = 247,$ 11. $107 + 41 + 32 +$
 $+22 = 202,$ 12. $21 + 31 + 33 + 88 = 173,$ 13. $65 + 72 + 74 =$
 $= 211,$ 14. $27 + 29 + 31 = 87,$ 15. $12 + 10 + 8 = 30,$ 16. $12 +$
 $+14 + 15 = 41,$ 17. $12 + 15 = 27,$ 18. $24 + 35 + 36 = 95,$ 19. $51 + 54 + 57 = 162,$ 20. $64 + 62 + 60 = 186,$ 21. $31 +$
 $+33 + 34 = 98,$ 22. $16 + 11 + 31 = 58,$ 23. $21 + 30 + 22 =$
 $= 73,$ 24. $12 + 14 + 13 = 39,$ 25. $25 + 8 + 4 = 37,$ 26. $150 +$
 $+75 + 25 + 20 + 15 + 12 + 4 = 301,$ 27. $50 + 25 + 16 + 8 =$
 $= 99,$ 28. $250 + 125 + 25 + 20 + 4 + 2 = 426,$ 29. $150 +$
 $+120 + 75 + 50 + 40 + 25 + 5 + 4 = 469,$ 30. $350 + 175 +$
 $+50 + 25 + 5 + 2 = 607,$ 31. $160 + 50 + 32 + 25 + 5 + 2 =$
 $= 274,$ 32. $450 + 180 + 150 + 75 + 60 + 25 + 5 = 945,$ 33. $125 +$
 $+50 + 10 + 5 + 2 = 192,$ 34. $225 + 150 + 75 + 25 + 18 + 6 +$
 $+3 = 502,$ 35. $375 + 125 + 50 + 5 + 2 = 557,$ 36. $24 + 15 +$

+10+8+5+2+1=65, 37. 70+40+20+5+4+2=141,
38. 72+45+24+15+5+3+2=166, 39. 135+108+45+
+30+15+5+3=341, 40. 192+120+60+48+40+5+
+3=468.

ОТВѢТЫ НА ЗАДАЧИ ВЪ ПРЕДѢЛѢ 1000.

Сложеніе. 285. 587 к., 286. 683 с., 287. 137 ар., 288. 888 в.,
289. 179 д., 290. 377, 291. 243 р., 292. 273 р., 293. 338 р.,
294. 837, 295. — 296. 966 с., 297. 8 р. 35 к., 298. 9 р. 80 к.,
299. 6 р. 43 к., 300. 7 р. 50 к., 301. 202¹/₂ ар., 302. 184 д.,
303. 633 с., 304. 550 р., 305. 584 п., 306. 144 к., 307. 666,
308. 294.

Вычитаніе. 309. 434 с., 310. 121 с., 311. 151 д., 312. 211,
313. — 314. 25 ар., 315. 4 р. 28 к., 316. 8 к., 317. 108³/₄ п.,
318. Вѣрно. 319. Вѣрно. 320. Не вѣренъ, ¹/₄, 321. 375 р.,
322. 811 п., 323. 8 р. 64 к., 324. 5 р. 85 к., 325. 702, 336. —
327. 5 к., 7 к., 328. 3 р., 3 р. 12 к., 329. 44 ор., 266 ор.,
330. 171 к., 34 к., 331. 28 г., 332. 367, 34, 333. 181¹/₂ з.,
334. 10 р., 335. 1 р. 99 к., 336. 124 р., 337. 4 р. 75 к.,
338. 350¹/₄ ф.

Умноженіе. 339. 633 в., 340. 936 р., 341. 320 д., 342. 720 т.р.,
343. 490, 344. 361 с., 360¹/₂ с., 345. 834, 346. 773, 347. 5 р.
52 к., 348. 6 р., 349. 952 б., 350. 882 ф., 351 9 р. 50 к.,
352. 8 р. 25 к., 353. 32 р., 128 р., 354. 210 р., 355. 216 р.,
356. — 357. 140 д., 358. 420 д., 359. 840 д., 360. 720 д.,
361. 510 д., 362. — 363. 760 ф., 364. 870 ф., 365. 715 р.,
366. 342 м., 367. 585, 368. 633, 369. 460 м., 370. 4 р. 86 к.,
371. 9 р., 372. 2 р. 55 к., 373. 150 ар., 374. 500 в., 375. 931 м.,
376. 48 в., 576 в., 377. 924 д., 378. 8 р. 10 к., 379. 960 л.,
380. 912 г., 381. 104 р., 382. 1 р. 8 к., 383. 80 к., 384. 1 р.
95 к., 385. 4 р. 80 к., 386. 56 р., 387. 9 р., 388. 3 р. 60 к.,
389. 2 р. 94 к., 390. 6 р. 33 к., 391. 4 р. 77¹/₂ к., 392. 570 об.

Дѣленіе. 393. 111 п., 394. 222 м., 222 (2), 395. 130, 396. 324 ап.,
397. 40 д., 398. 80 уч., 399. 3 р. 76 к., 400. 6 р. 75 к., 401. 262 р.,
402. 487¹/₂ п., 403. 438 р., 404. 435 с., 405. 25 р., 406. 126 р.,
407. 4 р. 5 к., 408. 1 р. 56¹/₄ к., 409. 1 р. 57¹/₂ к., 410. 900 ар.,
411. 4 р. 40 к., 412. 248 д., 413. 84 к., 1 р. 68 к., 414. 84 к.,

415. 740, 416. 225 в., 417. 96 б., 418. 8 к., 419. 4 к., 420. $18\frac{1}{2}$ к.,
7 р. 40 к., 421. 5 р. 92 к., 422. 4 р., 423. 2 р., 424. 4 в.,
425. $40\frac{1}{2}$ к., 426. 2 к., 427. 12 д., 428. 25 б., 429. 14 ф.,
430. 12 ар., 431. На 15 ф. б. льн., въ 2 р. б., 432. 21 ч., 433. 26 м.,
(10 р.), 434. 15 п., 435. 15 д., 436. 19 б., 437. самъ пять,
438. 2 р. д., 439. 6, 440. 4 р. б., 441. $2\frac{1}{2}$ р. ур.

Всѣ дѣйствія. 442. 605, 443. $306\frac{1}{2}$ р., 444. $146\frac{3}{4}$ р., 445. 8 р.
(10), 446. $506\frac{3}{4}$ ар., 447. 5 р. 52 к., 3 р. 91 к., 448. 270 р.,
378 р., 449. 1 р. 95 к., 3 р. 90 к., 3 р. 90 к., 450. 392 б.,
245 б., 147 б., 451. 3 р. 20 к., 4 р. 48 к., 452. 16 п., 453. 20 к.,
454. 33 ф., 455. почти въ 26 д., 456. 15 д., 457. 25 м., 458. 75 п.,
459. 24 ст. и бл., 460. 20 м., 461. почти на 14 м., 462. 425 в.,
463. 155 в., 464. 2 р. 70 к., 465. 3 р. 20 к., 1 р. 40 к., 1 р.
40 к., 466. 1 р. 50 к., 467. 128 р., 468. 576 р., 469. 392 р.,
470. 405 р., 471. 360 р., 472. 2 р. 95 к., 473. 175 р., 474. 8 р.
40 к., 475. 181 р., 476. 9 р. 12 к., 477. 8 р., 478. 6 р. 67 к.,
479. 8 к., 480. 15 к., 481. 10 к.



УЧЕБНЫЯ И ДРУГІЯ КНИГИ, ИЗДАННЫЯ КНИГОПРОДАВЦЕМЪ

М. Д. НАУМОВЫМЪ

Москва, Большая Лубянка, д. Страхового Общества „Россія“,
складъ изданій въ С.-Петербургѣ, у П. П. Луковникова.

Арефьевъ, А. и Соколовъ, Ае. Повторительный курсъ ариметики для начальныхъ народныхъ училищъ. Изд. 5-е. М. 1898 г. Ц. 10 к. Включено въ программу для церковно-приходскихъ школъ.

Аржениковъ, К. П. Методика начальной ариметики. М. 1910 г. Ц. 1 р. 25 к., въ переплетѣ 1 р. 40 к. Изд. 13-е. Уч. Ком. Мин. Нар. Просв. допущ. въ учительскія бібліотеки низшихъ училищъ и въ бібліотеки учительскихъ институтовъ и семинарій.

— Сборникъ ариметическихъ задачъ и примѣровъ для начальныхъ народныхъ училищъ. Годъ 1-й. Счетъ до 100, дѣйствія до 20. Изд. 45-е. М. 1911 г. Ц. 15 к. Годъ 2-й. Первая сотня. Первая тысяча. Изд. 47-е. М. 1911 г. Ц. 15 к. Годъ 3-й. Числа любой величины. Изд. 33-е. 1911 г. Ц. 20 к. Особ. Отд. Учен. Комитета М. Н. Просв. допущены къ употребленію въ начальныхъ училищахъ. Годъ 4-й. Обыкновенныя дроби (повтор. курсъ). Метрич. мѣры. Десятичныя дроби. Измѣреніе линій, площадей, поверхностей и объемовъ. Изд. 2-е. 1910 г. Ц. 20 к.
— Ответы къ Сборнику ариметическихъ задачъ. Изд. 6-е. М. 1910 г. Ц. 5 к.
— Сборникъ упражненій по геометріи для начальныхъ училищъ. М. 1910 г. Изд. 2-е, измѣненное. Вып. 1. Ц. 35 к. Вып. 2-й. М. 1910 г. Ц. 35 к.

Беллюстивъ, В. Директоръ Поливановской учит. семинаріи. Дневникъ занятій по ариметикѣ въ начальной школѣ. Изд. 4-е. М. 1910 г. Ц. 15 коп. Допущенъ Уч. Ком. М. Н. Пр. въ учит. бібліотеки низш. учебн. заведеній.

— Методика ариметики. Курсъ 1-го, 2-го, 3-го и 4-го года обученія. М. 1910 г. Ц. 20 к. Изд. 5-е. Допущена Уч. К. М. Н. Пр. въ учит. бібліот. низш. учил. (съ прилож. ответовъ къ сборнику задачъ).

— Ариметическій задачникъ. Составленъ согласно примѣрной программѣ М. Н. Пр. 1-й годъ обученія. Ц. 12 к., 2-й годъ обученія. Ц. 12 к., 3-й годъ обученія. Ц. 15 к., 4-й годъ обученія. Ц. 15 к. М. 1910 г. Изд. 7-е. Всѣ 4 выпуска допущ. Уч. Ком. М. Н. Пр. къ употребленію въ начальныхъ училищахъ.

Бучинскій, Н. Практическая русская грамматика. Изд. 5-е, испр. и дополненное. М. 1908 г. Ц. 50 к., въ переплетѣ 65 к. Допущена Уч. Ком. Мин. Нар. Просв. въ качествѣ руковод. для пригот. и 1-хъ классовъ средн. учебн. заведеній и къ классн. употребл. въ городск. и уѣздн. училищахъ.

— Начальная русская грамматика для городскихъ, приходскихъ и сельскихъ народныхъ школъ. М. 1900 г. Ц. 25 к. Уч. Ком. М. Н. Пр. допущена для класснаго употребл. въ народн. училищахъ.

Воано. Преподаватель Царскосельской Николаевской гимназіи. Краткая грамматика французскаго языка по Ноэлю и Шапсаю, Плецу и друг. Изд. 3-е, вновь исправленное. 1-е изданіе одобрено Ученымъ Комитетомъ Мин. Нар. Просвѣщенія, какъ руководство для мужскихъ и женскихъ гимназій, реальн. гимназій и реальн. училищъ. Москва 1909 г. Цѣна 50 к., въ папкѣ 65 к.

Гика, Д. Зависимость между геометрическими теоремами. Математическо-философское сочиненіе. М. 1890 г. Ц. 1 р. Рекоменд. Ученымъ Комит. М. Н. Пр. для фундамент. бібліотекъ средн. учебн. завед. мужск. и женскихъ.

— Задачи для начального обученія ариметикѣ. Цѣлыя числа. Изд. 2-е, исправленное и дополненное. Одобрено Учен. Комит. М. Н. Пр. и Духовно-Учебн. Комит. при Святѣйшемъ Синодѣ. М. 1885 г. Ц. 45 к., въ перепл. 60 к.

— Перспектива техническаго рисованія. Для реальн. училищъ и профессиональныхъ школъ. М. 1897 г. Ц. 35 к. Одобр. Учен. Ком. Мин. Нар. Просв.

— Элементы геометріи. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній, съ приложеніемъ коническихъ сѣченій, способовъ рѣшенія задачъ на построеніе и вычисленія объемовъ тѣлъ по теоремѣ Кавальери. Одобр. Учен. Ком. Мин. Нар. Просв., какъ руководство для гимназій и реальн. училищъ, и Учебн. Ком. при Свят. Синод. Изд. 4-е. М. 1909 г. Ц. 1 р. 35 к., въ переплетѣ 1 р. 50 к.

— Геометрическія задачи на построеніе и методъ ихъ рѣшенія. Одобр. въ качествѣ учебнаго пособия для среднихъ учебныхъ заведеній М. Н. Пр. (отн. отъ 17 августа 1901 г. за № 21647). М. 1908 г. Ц. 75 к. Изд. 2-е.

— Приложеніе алгебры къ геометріи или алгебраическій способъ рѣшенія геометрическихъ задачъ на построеніе. М. 1908 г. Ц. 40 к. Изд. 2-е.

- Гика, Д. и Муролицевъ, А. Геометрическія задачи. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Часть 1-я. Задачи плоской геометріи (1773 задачи). Изд. 9-е. М. 1909 г. Ц. 85 к., въ переплетѣ 1 р. Одобр. Уч. К. М. Н. Пр.
- Геометрическія задачи. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Часть 2-я. Задачи геометріи въ пространствѣ (задачи съ 1774 до 8213). Изд. 7-е. М. 1908 г. Ц. 75 к., въ переплетѣ 90 к. Одобр. У. К. М. Н. Пр.
- Дубовъ, Д., директоръ Рыбинской гимназіи. Сборникъ фразъ и статей для учебныхъ и письменн. упражн., въ переводѣ съ русск. яз. на латинскій. Изд. 4-е. М. 1900 г. Ц. 1 р. 10 к., въ перепл. 1 р. 25 к. Одобр. Учен. Ком. М. Н. Пр.
- Ефремовъ, В. Краткій курсъ природовѣдѣнія, составленный по программѣ для первыхъ трехъ клас. гимн. Ч. 1-я. Воздухъ, вода и земля. Курсъ 1-го кл. съ 116 рис. М. 1910 г. Ц. 75 к., въ пер. 90 к. Ч. 2-я. Растенія. Курсъ 2-го кл. съ 159 рис. въ текстѣ. Ц. 75 к., въ перепл. 90 к. М. 1910 г. Ч. 3-я. Человѣкъ и животныя. Курсъ 3-го кл. съ 149 рис. въ текстѣ. Ц. 75 к., въ перепл. 90 к. М. 1910 г.
- Козьминъ, К., преподаватель Московскаго учительскаго института. Русская хрестоматія для среднихъ классовъ средне-учебныхъ заведеній, городскихъ и уѣздныхъ училищъ. Курсъ II, изд. 18-е. Одобр. Учен. Ком. М. Н. Пр. М. 1910 г. Ц. 75 к., въ переплетѣ 90 к.
- Грамматика церковно-славянскаго языка новаго періода. Съ приложеніемъ образцовъ для этимологическаго и синтаксическаго разбора текста Евангелія. Пособіе для городскихъ, уѣздныхъ и сельскихъ училищъ. Изд. 19-е. М. 1911 г. Ц. 50 к., въ перепл. 65 к. Одобр. Уч. К. М. Н. Пр., какъ руководство.
- Церковно-славянская хрестоматія. Пособіе для сельскихъ и городскихъ училищъ. Книга эта служить приложеніемъ къ „Грамматикѣ церковно-славянскаго языка“. Изд. 4-е. М. 1903 г. Ц. 40 к., въ переплетѣ 55 к.
- Синтаксисъ русскаго языка для средн. учебн. завед. и городск. учил. съ приложеніемъ задачника. Изд. 14-е. М. 1910 г. Ц. 50 к., въ перепл. 65 к.
- Образцы систематическаго диктанта для младшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній и городскихъ училищъ. Ч. I. Этимологія. Сост. согласно съ руководствомъ „Русское правописаніе“ акад. Я. Грота. Изд. 11-е. М. 1908 г. Ц. 75 к., въ переплетѣ 90 коп. 7-е изд. Допущ. Уч. К. М. Н. Пр. къ классному употребленію въ низшихъ училищахъ.
- То же. Ч. II. Синтаксисъ. Изд. 4-е. М. 1908 г. Ц. 80 к., въ перепл. 95 к. 2-е изд. Уч. К. М. Н. Пр. допущено къ классн. употребл. въ низшихъ училищъ.
- Логико-стилистическіе разборы образцовъ прозы и поэзіи. Пособіе при практическомъ изученіи стилистики, теории прозы и поэзіи и при веденіи объяснительнаго чтенія на высшей его ступени. Для среднихъ классовъ гимназій, реальныхъ училищъ, учительскихъ институтовъ и семинарій и старшихъ классовъ городскихъ училищъ. Изд. 7-е. Одобр. Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. М. 1908 г. Ц. 1 р., въ переплетѣ 1 р. 15 к.
- Ореографическія прописи. Пособіе при изученіи ореографіи. Тетрадь первая. М. 1910 г. Ц. 30 коп. Изд. 2-е.
- Справочный словарь церковно-славянскаго языка. М. 1889 г. Ц. 5 к.
- Козьминъ, К. и Покровскій, В. Теорія словесности. Сводъ теоретическихъ положеній, выведенныхъ изъ разбора образцовъ прозы и поэзіи. Изд. 14-е. Одобр. Учен. Комит. М. Н. Пр., М. 1910 г. Ц. 35 к.
- Біографіи и характеристики отечественныхъ образцовыхъ писателей, для городскихъ училищъ и учительскихъ семинарій. Изд. 11-е. Одобр. Учен. Ком. М. Н. Пр. М. 1910 г. Ц. 50 к.
- Колескскій, М. Историческія свѣдѣнія о богослужебномъ пѣніи въ ветхозавѣтной, новозавѣтной, вселенной и въ частности русской церквяхъ, съ добавленіемъ краткихъ свѣдѣній о преподаваніи церковнаго пѣнія въ начальныхъ школахъ и организаціи пѣвческаго хора. Изд., одобренное Училищнымъ Совѣтомъ при Св. Синодѣ въ учительскія бібліотеки церковно-прих. шк. М. 1900 г. Ц. 30 к.
- Кругловъ, А. В. „Литература маленькаго народа“. Критико-педагогическія бесѣды по вопросамъ дѣтской литературы. 2 выпуска. Допущ. Учен. Ком. Мин. Нар. Просв. въ фундаментальныя бібліотеки средн. учебн. завед., въ библ. учительск. инст. и семинарій и въ безплатныя народныя бібліотеки и читальни. М. 1897 г. Цѣна каждаго вып. 85 к., въ папкѣ 1 р.
- За чужимъ горбомъ. Повѣсть для дѣтей, съ рисунками въ текстѣ. Одобрена Ученымъ Комит. Мин. Нар. Просв. для ученическихъ бібліотекъ среднихъ и низшихъ учебныхъ заведеній. Изд. 2-е. М. 1896 г. Цѣна въ папкѣ 1 р., въ коленкор. перепл. 1 р. 50 к.

- Литвиненко, К. А.** Записки по грамматикѣ русскаго языка. Методическое руководство и учебное пособие для городскихъ, приходскихъ и сельскихъ училищъ. Курсъ 3-го и 4-го года городск. училищъ. М. 1887 г. Ц. 75 к., въ перепл. 90 к.
- Любутовъ, Я.** Пособіе при изученіи теоріи словесности. М. 1883 г. Ц. 25 к.
- Николаевскій, И.,** директоръ Несвижской учительской семинаріи. Руководство къ изученію главныхъ основаній педагогики въ учительскихъ семинаріяхъ М. Н. Пр. Часть I. Дидактическая пропедевтика, курсъ II класса. Изд. 7-е. Одобр. Уч. К. М. Н. Пр., какъ руководство для учительскихъ семинарій и институтовъ и для учительскихъ библіотекъ нач. уч. М. 1910 г. Ц. 50 к., въ перепл. 65 к.
- Часть II. Педагогическая пропедевтика, курсъ III класса. Изд. 5-е. М. 1909 г. Ц. 50 к., въ перепл. 65 к. Одобр. Уч. Ком. М. Н. Пр.
- Никитинъ, С.** Элементарный курсъ географіи для низшихъ классовъ среднихъ учебн. заведеній и элементарныхъ школъ. Вып. 3-й. Отечествовѣдніе. Вып. 4-й. Міровѣдніе. 3-е изданіе одоб. Уч. Ком. Мин. Нар. Пр. Изд. 6-е исправл. М. 1905 г. Ц. 50 к., въ перепл. 65 к.
- Остроумовъ, А.,** учитель пѣнія въ Поливановской учительской семинаріи. Элементарные уроки пѣнія для учителей начальныхъ училищъ и воспитанниковъ учительскихъ семинарій. М. 1899 г. Ц. 50 к.
- Пастуховъ.** Пиши правильно. Грамматика-крошка, новый практическій способъ къ изученію правописанія. М. 1909 г. Ц. 10 к.
- „Дружокъ“. Годъ I. Азбука для русскаго и церковно-славянскаго чтенія. 3-е изд. М. 1909 г. Ц. 15 к. 2-е изд. допущ. Уч. Ком. М. Н. Пр. къ классн. употребл.
- „Дружокъ“. Годъ I. Первая послѣ азбуки книга для чтенія. 3-е изд. М. 1909 г. Ц. 20 к. Допущ. Уч. Ком. М. Н. Пр. къ классному употребленію.
- „Дружокъ“. Годъ II. Вторая книжка послѣ азбуки для русскаго и церковно-славянскаго чтенія. Изд. 2-е. М. 1908 г. Ц. 35 к.
- Покровский, Н.** Какъ росло и строилось Русское государство. Разказы изъ русской исторіи. Пособіе для учениковъ I и II класса гимназій и реальныхъ училищъ. Ч. I. 1910 г. Ц. 75 коп., въ перепл. 90 коп. съ рисунками. Часть II. Изд. 2-е. М. 1910 г. Ц. 75 коп., въ перепл. 90 коп. Допущ. Учен. Ком. М. Н. Пр., какъ пособие для младш. классовъ средн. учебн. заведеній.
- Рождественскій, А.,** преподаватель Костромскаго реальнаго училища. Краткій очеркъ химическихъ явленій. Примѣнительно къ программѣ для реальныхъ училищъ. М. 1896 г. Ц. 40 к., въ перепл. 55 к. Одобр. Уч. Ком. Мин. Нар. Просв.
- Соколовъ, А.** Азбука русская и церк.-слав., съ письмен. самостоят. упражн. учениковъ при изученіи каждой буквы. Изд. 4-е. М. 1904 г. Ц. 15 к. Допущ. Уч. Ком. М. Н. Пр., какъ учебное рук. для низш. училищъ.
- Методическое руководство къ „Азбукѣ русской и церковно-славянскій“ въ подробныхъ примѣрныхъ урокахъ. Изданіе 4-е. М. 1904 г. Ц. 30 к. Допущено въ библіотеки низшихъ училищъ.
- Объяснительный словарь церковно-славянскаго языка, съ самостоятельными упражненіями учениковъ въ заучиваніи церковно-славянскихъ словъ. Изд. 3-е, исправленное и дополненное. М. 1901 г. Ц. 10 к. Допущ. Уч. К. М. Н. Пр. къ классному употребленію въ низшихъ училищахъ.
- Письменные упражненія по Закону Божію въ начал. школѣ. Священ. исторіи Новаго Заветъ и молитвы. Книжка 1-я для учащихся. М. 1904 г. Ц. 10 к.
- Письменные упражненія по Закону Божію въ начальной школѣ, методическія замѣтки для преподавателя Закона Божія. М. 1904 г. Ц. 10 к.
- Сборникъ диктантовъ. Дополнительная книжка къ методической грамматикѣ. Изд. 3-е. М. 1899 г. Ц. 20 к. Въ 3-мъ изд. эта книга Особ. Отд. Уч. Ком. М. Н. Пр. одобрена къ употребленію въ народныхъ школахъ въ качествѣ учебнаго пособия.
- Методическая грамматика. Элементарное руководство по русскому языку. Допущ. Ж. М. Н. Пр. 1902 г., № 3. Ц. 25 к.
- Уроки христіанскаго ученія. Концентрическій учебникъ для начальныхъ школъ. Допущ. Ж. Мин. Нар. Просв. 1882 г., № 2. Изд. 7-е. М. 1907 г. Ц. 30 к.
- Ширяевъ.** Элементарный атласъ диаграммъ цвѣтковыхъ растений. Курсъ городскихъ училищъ. М. 1902 г. Ц. 75 к. Уч. Ком. М. Н. Пр. допущ. въ библ. средн. и низш. учебн. заведеній.
- Федоровъ.** Первые уроки обученія грамотѣ по наглядно-звуковому методу. 1903 г. Ц. 20 к.